



Uniwersytet  
Wrocławski

**Wydział Fizyki  
i Astronomii**  
Instytut Fizyki Doświadczalnej

pl. M. Borna 9  
50-204 Wrocław  
tel. +48 71 375 93 02, +48 71 328 73 65  
fax +48 71 328 73 65  
e-mail: [sekr@ifd.uni.wroc.pl](mailto:sekr@ifd.uni.wroc.pl)  
[www.ifd.uni.wroc.pl](http://www.ifd.uni.wroc.pl)

# Elektrotechnika i elektronika (konspekt)

**Franciszek Gołek** ([golek@ifd.uni.wroc.pl](mailto:golek@ifd.uni.wroc.pl))

[www.pe.ifd.uni.wroc.pl](http://www.pe.ifd.uni.wroc.pl)

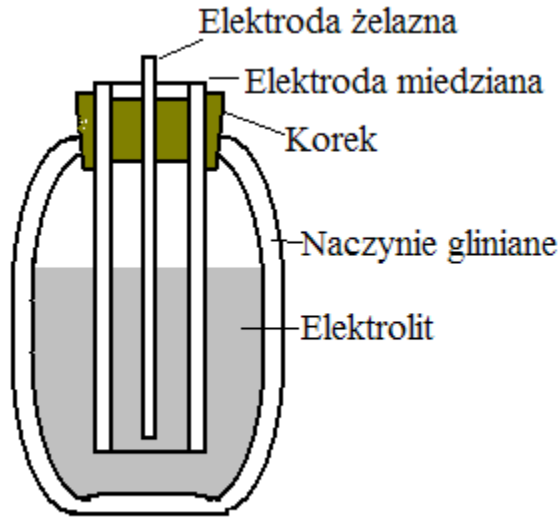
## Wykład 2.

# Ogniwa i obwody prądu stałego

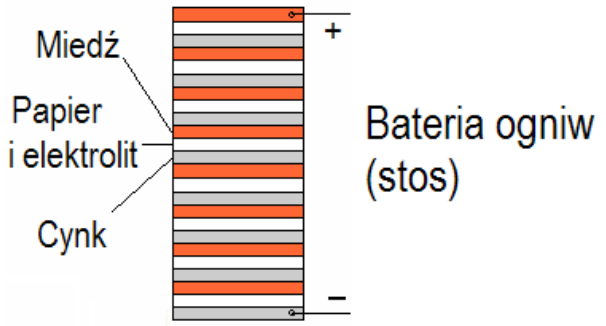
# Początki przenośnych źródeł energii

W 1936 roku archeolog niemiecki Wilhelm König znalazł w okolicach Bagdadu naczynie gliniane pochodzące z około 250 roku p.n.e., które zawierało skorodowany walec miedziany i było zatkane korkiem bitumicznym. Naczynie to König opisał jako ogniwo galwaniczne. 30 lat później archeolodzy znaleźli w okolicach Bagdadu podobne elementy: pręty miedziane i żelazne jako elektrody oraz korki bitumiczne. Naczynie gliniane z elektrolitem w postaci kwasu octowego lub cytrynowego (a nawet soku owocowego) z zanurzonymi elektrodami może wytwarzać różnicę potencjału elektrycznego około 1 V.

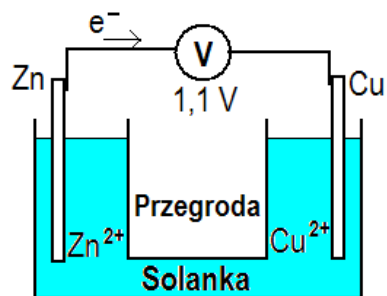
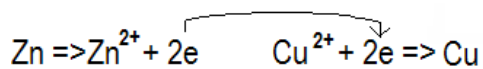
Za początek ery elektryczności można uznać zbudowanie ogniwa elektrycznego (baterii) w 1799 roku przez A.G.A. Voltę (albo 20 marca 1800 - data listu do Royal Society of London for the Promotion of Natural Knowledge, w którym Volta opisał wyniki swoich badań i konstrukcje baterii cynk-elektrolit-srebro). Volta poprawnie zinterpretował eksperymenty Luigi Galvaniego z 1780 roku polegające na obserwacji reakcji spreparowanych żabich udek połączonych elektrodami bimetalowymi. Galvani sądził, że to sama żaba generuje prąd elektryczny wymuszający ruch udek. Volta wiązał efekt generowania prądu z metalowymi elektrodami. Obecnie wiemy, że żaba stanowiła elektrolit.



Schemat ogniwa z Bagdadu



W 1801 roku Volta odkrył, że jeżeli dwa kawałki różnych metali zetkniemy ze sobą a następnie rozłączymy to pojawi się na nich ładunek elektryczny na jednym dodatni a na drugim ujemny. Jeżeli tymi metalami będzie miedź i cynk to miedź naładuje się ujemnie a cynk dodatnio. Oznacza to tendencję do przechodzenia ujemnego ładunku z cynku do miedzi. Volta sądził, że ta właśnie tendencja jest odpowiedzialna za wytwarzanie prądu w ogniwach galwanicznych. Jednak z czasem okazało się, że prąd należy wiązać z aktywnością chemiczną na powierzchniach elektrod.



Model pojedynczego ogniwa

# Przenośne źródła energii.

Mają obecnie bardzo szerokie zastosowanie:

Laptopy, telefony komórkowe, samochody, urządzenia alarmowe, przenośna aparatura pomiarowa i wizyjna, sprzęt medyczny, sprzęt wojskowy, satelity i wiele innych.

Przenośne źródła energii dzielą się na dwie grupy:

1) **Ogniwa pierwotne.** Są to ogniwa jednorazowe nie podlegające ponownemu ładowaniu.

2) **Ogniwa wtórne.** Są to ogniwa podlegające wielokrotnemu ładowaniu. Szeroko stosowanymi przedstawicielami tej grupy są akumulatory i superkondensatory.

Baterie i akumulatory zaliczamy do przenośnych źródeł energii elektrycznej o (prawie) stałym napięciu.

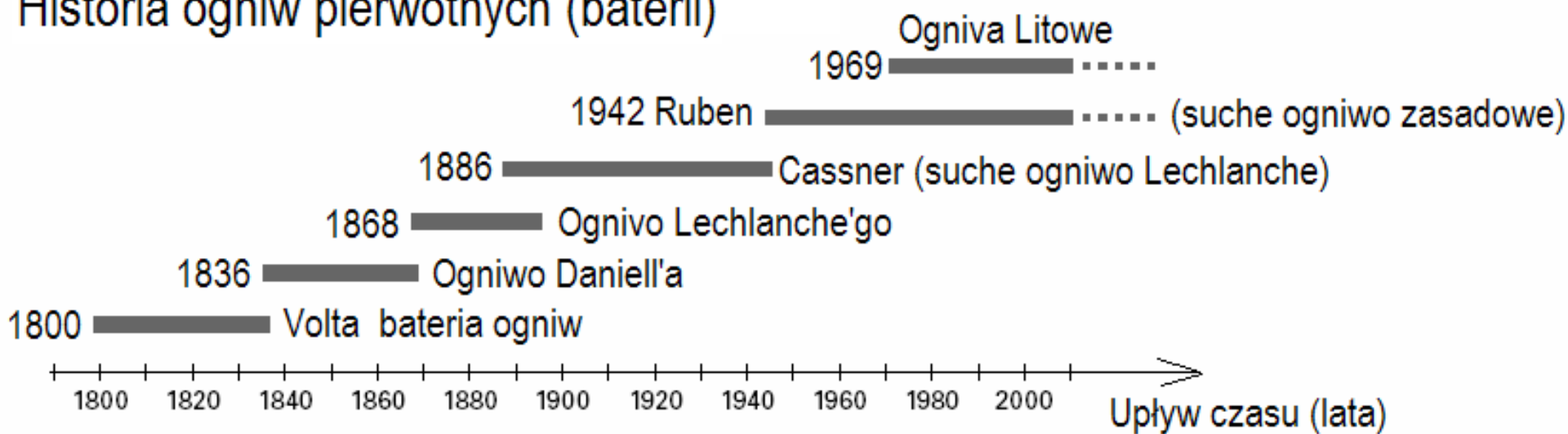
**Budowa ogniwa: 2 różne elektrody w roztworze jonowym (czyli anoda, katoda i elektrolit).**

**Baterię** stanowi jedno lub zazwyczaj kilka ogniw galwanicznych, u których na elektrodach zachodzą nieodwracalne procesy chemiczne. Baterie są jednorazowymi źródłami energii elektrycznej, które po zużyciu zapasu energii nie nadają się do ponownego naładowania i użycia. Baterie nazywane są też **ogniwami pierwotnymi**. Ogniwa pierwotne są ogniwami nie podlegającymi ponownemu przywracaniu energii, zwykle po rozładowaniu ulega zużyciu jedna z elektrod (zwykle ujemna).

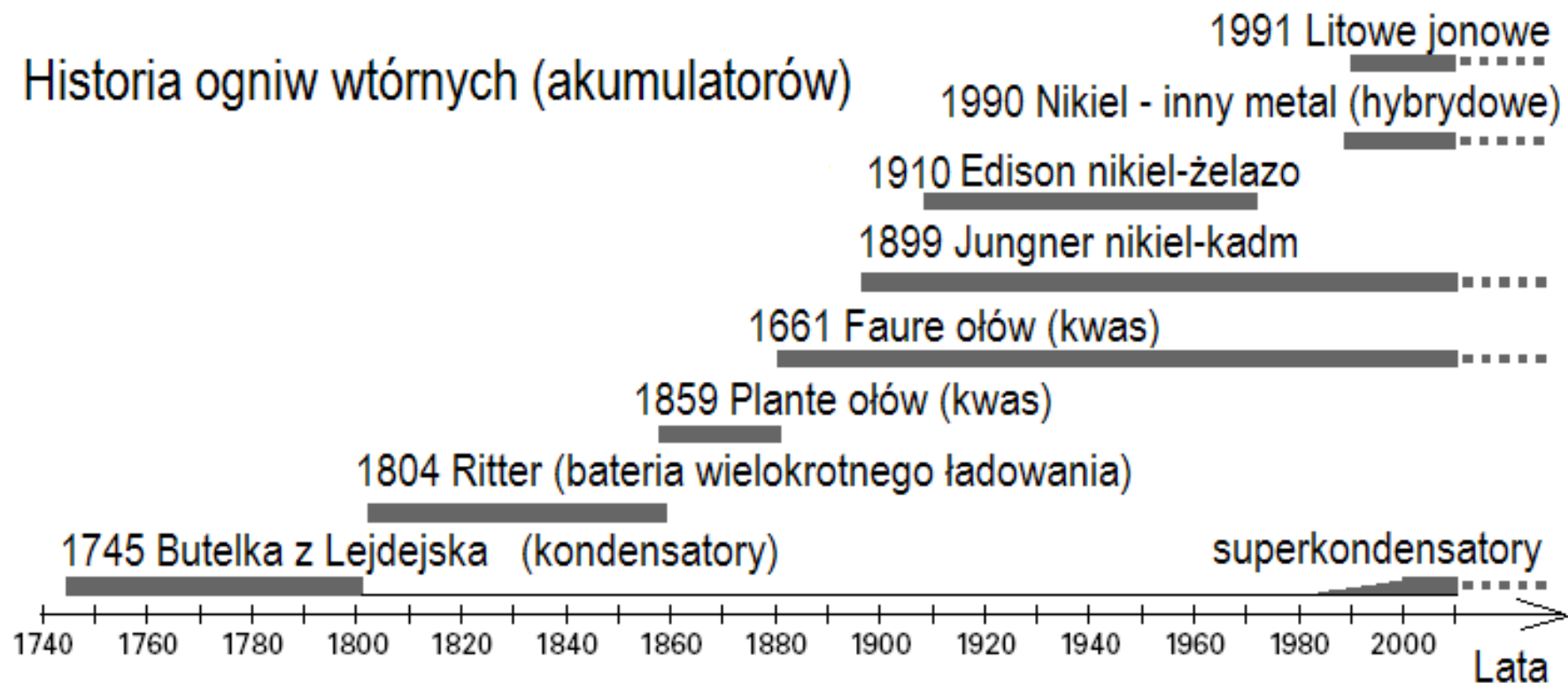
**Akumulator** wynalazł francuski fizyk Gaston Planté. Było to ogniwo ołowiowo-kwasowe, w którym reakcja chemiczna produkująca elektryczność mogła być odwrócona przez wymuszenie prądu w kierunku przeciwnym do prądu generowanego przez ogniwo.

Akumulator stanowi jedno lub kilka ogniw, u których na elektrodach zachodzą odwracalne procesy chemiczne. Akumulatory mogą przyjmować (absorbować) energię elektryczną, przechowywać ją w postaci chemicznej oraz oddawać ją ponownie w postaci energii elektrycznej. Akumulatory nazywane są też **ogniwami wtórnymi**. Procesy ładowania i rozładowania ogniw wtórnych mogą się odbywać wielokrotnie.

## Historia ogniw pierwotnych (baterii)



## Historia ogniw wtórnych (akumulatorów)



**Pojemność** baterii lub akumulatora jest ilością ładunku elektrycznego do rozładowania wyrażaną w amperogodzinach (Ah). Zapas energii ogniwa jest oczywiście iloczynem *pojemności* i napięcia nominalnego ogniwa. Komercyjnie dostępne są akumulatory o pojemnościach od 0,1 Ah do 2000 Ah, a ich żywotność wynosi od 2 do 20 lat zależnie od typu i warunków użytkowania.

Każde ogniwo zbudowane jest z: obudowy, dwóch (odmiennych) elektrod i elektrolitu działającego na elektrody.

Najczęściej produkowane **baterie elektryczne można podzielić na:**

**1)** cynk-węgiel – cynk-powietrze (1,5 V na jednym ogniwie), **2)** zasadowo-manganowe (1,55 V), **3)** rtęciowo-tlenkowe (1,2 V), **4)** srebrowo-tlenkowe (1,6 V), **5)** litowo-manganowe (3 V). **6)** cynkowo-manganowe (Zn/MnO<sub>2</sub>, 3,2 V)

**Często spotykane akumulatory:** 1) litowo-jonowe (1,85 V na jednym ogniwie), 2) litowo-polimerowe, 3) niklowo-wodorkowe (1,36V), 4) niklowo-kadmowe (1,35V), 5) kwasowo-ołowiowe (2,1V), 6) cynkowo-powietrzne (1,6V).

Lista akumulatorów ciągle się poszerza ze względu na opracowywanie coraz bardziej wydajnych jednostek stymulowanych potrzebami rynku. W przemyśle samochodowym najbardziej rozpowszechnionymi są akumulatory kwasowe, zwane też ołowiowymi.

Akumulatory	Anoda	Katoda	Nominalne napięcie [V]	Gęstość energii	
				Wh/kg	Wh/L
Lead-acid	Pb	PbO <sub>2</sub>	2.0	35	70
Edison	Fe	Ni oxide	1.2	30	55
Nickel-cadmium	Cd	Ni oxide	1.2	35	80
Nickel-metal hydride (MH)	(MH)	Ni oxide	1.2	50	175
Silver-zinc	Zn	AgO	1.5	90	180
Nickel-zinc	Zn	Ni oxide	1.6	60	120
Nickel-hydrogen	H <sub>2</sub>	Ni oxide	1.2	55	60
Silver-cadmium	Cd	AgO	1.1	55	100
Zinc-air	Zn	O <sub>2</sub> (air)	1.5	150	160
Zinc/bromine	Zn	Br <sub>2</sub>	1.6	70	60
Lithium-ion	C	Li <sub>x</sub> CoO <sub>2</sub>	4.0	90	200
Lithium-organic	Li	MnO <sub>2</sub>	3.0	120	265
Lithium-polymer	Li	V <sub>6</sub> O <sub>13</sub>	3.0	200	350
High temperature	Li(Al)	FeS <sub>2</sub>	1.7	180	350
High temperature	Na	S	2.0	170	250



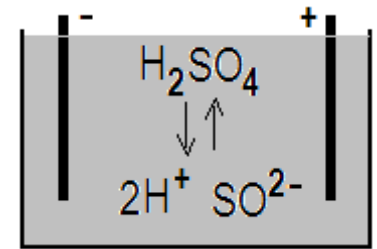
Elektrolitem w **akumulatorach ołowiowych** jest wodny roztwór kwasu siarkowego, a elektrodami są płyty z ołowiu (jako elektroda ujemna) i płyty z dwutlenku ołowiu (jako elektroda dodatnia).

Nowo zbudowany akumulator ma obie elektrody ołowiowe zanurzone w elektrolicie. W procesie formowania, polegającym na podłączeniu źródła napięcia stałego do akumulatora i ładowaniu go, następuje reakcja elektrochemiczna prowadząca do utlenienia anody i zwiększenia stężenia kwasu siarkowego. W procesie rozładowania, czyli korzystania z energii chemicznej przetwarzanej na elektryczną, na elektrodach powstaje siarczan ołowiu, zmniejsza się stężenie kwasu siarkowego i stopniowo obniża się napięcia występujące między elektrodami.

Reakcje podczas rozładowania,

na anodzie (płyta  $\text{PbO}_2$ ):  $\text{PbO}_2 + 4\text{H}^+ + \text{SO}_4^{2-} + 2e \rightarrow \text{PbSO}_4 + 2\text{H}_2\text{O}$

na katodzie (płyta  $\text{Pb}$ ):  $\text{Pb} + \text{SO}_4^{2-} \rightarrow \text{PbSO}_4 + 2e$



Typowe parametry typowych akumulatorów ołowiowych:

Gęstość elektrolitu w temperaturze  $15^\circ\text{C}$  w stanie naładowania 1,28, a w stanie rozładowania 1,19  $\text{g}/\text{cm}^3$ .

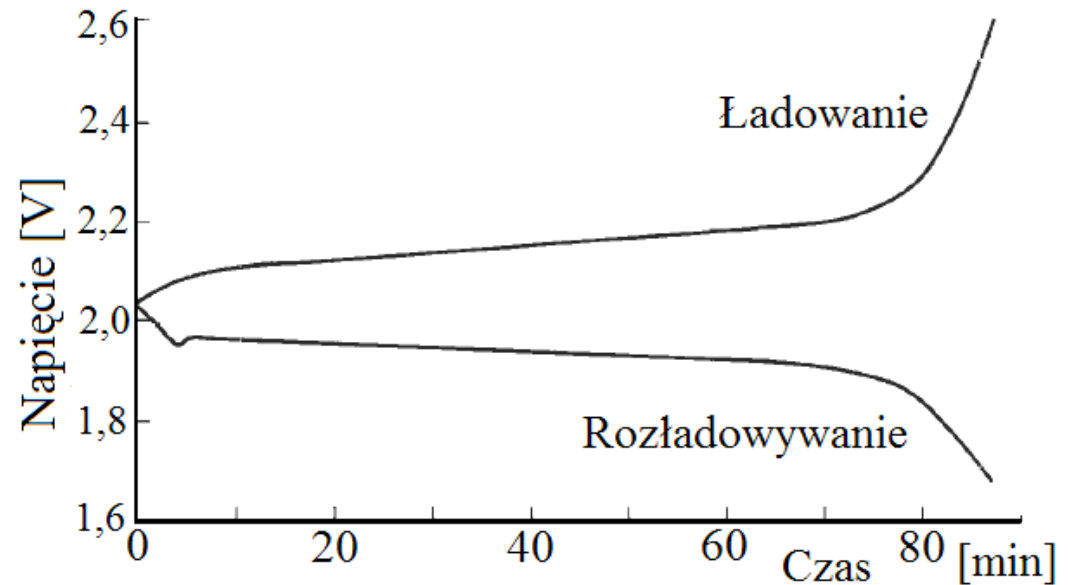
SEM ogniwa 2,05 – 2,1 V, napięcie przy rozładowywaniu 2 – 1,85 V, napięcie przy ładowaniu 2,1 – 2,7 V (obecność rezystancji wewnętrznej).

Sprawność **energetyczna** akumulatora (energia odebrana)/(energia włożona) wynosi około 0,7. Sprawność **elektryczna** akumulatora (ładunek odebrany)/(ładunek włożony) wynosi około 0,85.

Wyróżnia się kilka sposobów ładowania akumulatorów:

- a) Ładowanie przy stałym napięciu.
- b) Ładowanie przy stałym prądzie (zwykle poniżej  $0,25C$ ).
- c) Ładowanie kontrolowane temperaturą akumulatora,
- d) Czas ładowania kontrolowany końcowym napięciem lub końcowym prądem.

Należy unikać utrzymywania znacznych nateżeń prądów w dłuższym okresie czasu. Grozi to nadmiernym wzrostem temperatury i obniżeniem trwałości akumulatora.



Przebieg napięcia na zaciskach akumulatora ołowiowego podczas ładowania i rozładowywania.

Niektóre materiały i składniki, z których wykonywane są baterie i akumulatory są toksyczne. Oznacza to, że po zużyciu baterie i akumulatory zaliczamy do grupy odpadów niebezpiecznych. Konieczna jest ich selektywna zbiórka i bezpieczna utylizacja lub recykling.

Przy eksploatacji ogniw elektrycznych należy:

1) Nie przechowywać ogniw z przewodnikami elektrycznymi. Nie dopuszczać do przypadkowego zwarcia zacisków baterii czy akumulatora. W przypadku zwarcia akumulatora lub baterii o znacznej pojemności może dojść do iskrzenia oraz rozgrzania a nawet stopienia elementu zawierającego. W takiej sytuacji może łatwo dojść do pożaru, zapalenia samochodu, stopienia pierścionka, eksplozji baterii czy akumulatora itp.

2) Nie ładować baterii.

3) Instalować ogniwa zgodnie z oznaczeniami (+) i (-) umieszczanymi na ogniwach i odbiornikach energii.

[www.prc68.com/I/batt.shtml](http://www.prc68.com/I/batt.shtml)

# **Uwaga!**

Ponieważ baterie mogą zawierać substancje toksyczne, należy unikać ich uszkodzania, podgrzewania czy spalania.

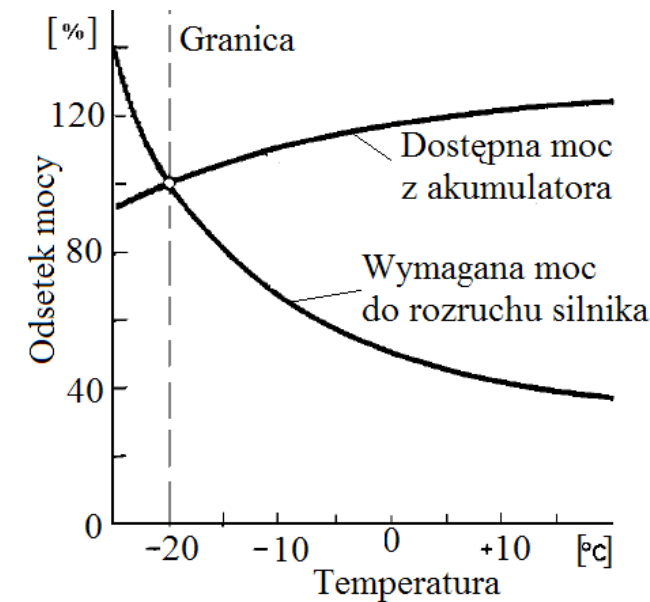
## **Lokalna aktywność**

**Wyłączenie (przerwanie) zewnętrznego obwodu elektrycznego jest równoważne z przerywaniem prądu elektrycznego. Aktywność chemiczna wewnątrz ogniwa również powinna zaniknąć. W praktyce jednak cynk dostępny komercyjnie zawiera zanieczyszczenia innymi pierwiastkami (żelazo, węgiel, ołów itp), które tworzą z macierzystym cynkiem liczne lokalne ogniwa z lokalnym prądem elektrycznym. Zatem aktywność chemiczna może trwać nawet po wyłączeniu obwodu obciążenia ogniwa. Lokalna aktywność ogniwa skraca jego żywotność.**

**Ogniwa baterii zwykle zawierają elektrolit w postaci wilgotnej pasty co powoduje, że nazywane są ogniwami suchymi (całkowicie suche elektrolity nie są w stanie zamieniać energii chemicznej w elektryczną).**

Istotną wadą akumulatorów jest ich wzrost rezystancji wewnętrznej z obniżeniem temperatury.

Powoduje to obniżenie dostępnej mocy podczas rozruchu silników samochodowych w mroźne zimy czyli wtedy kiedy akurat do rozruchu jest potrzebna większa moc.



Ciekawym rozwiązaniem tego problemu jest zastosowanie super-kondensatorów. **Największe dostępne** obecnie pojemności to kondensatory UltraCap (super kondensatory do 2600 F na 2,7 V). Mogą one kompensować znaczną oporność wewnętrzną akumulatorów, zwłaszcza zimą, zapewniając zwiększenie dostępnej mocy potrzebnej do rozruchu silnika. Oferowane są moduły o pojemnościach rzędu 100 F na napięcia nawet rzędu setek Volt. Zmiana napięcia o 1 V w ciągu sekundy na takim kondensatorze oznacza natężenie prądu rzędu 100 A! Bo ubytek 100 C na pojemności 100 F zmienia napięcie tylko o 1 V,  $U = Q/C$ . Łącząc taki kondensator równolegle z akumulatorem mamy urządzenie zdolne do gigantycznych impulsów prądu.

Super-kondensatory są obecnie coraz częściej stosowane w regeneracyjnych systemach hamulcowych Samochodów osobowych i ciężarowych.

### Porównanie parametrów ogniw

Rodzaj ogniwa	Pb	Li-jon	Superkondensator
P/E	6	10-40	~ 1500
Liczba cykli (do 80%)	400	~ 3000	>1000000



**Źródła napięciowe i prądowe** zaliczamy do elementów aktywnych w obwodach elektrycznych – mogą one dostarczać energię do obwodu.

Rozróżniamy dwa typy źródeł:

**a) Źródła niezależne**

**b) Źródła zależne (sterowane).**

### Niezależne źródła napięciowe i prądowe

Niezależne źródła napięciowe utrzymują na swoich zaciskach wybraną wartość napięcia niezależnie od innych elementów obwodów do nich podłączonych. Podobnie niezależne źródła prądowe utrzymują wybrane natężenie prądu niezależnie od elementów obwodu, w którym się znajdują.

# Źródła sterowane

Obok źródeł niezależnych, których parametry nie zależą od napięć i prądów w innych elementach danego obwodu elektrycznego (a nawet od obciążenia tego źródła) istnieją źródła sterowane, zwane też źródłami zależnymi, kontrolowanymi lub regulowanymi.

W takim przypadku napięcie lub prąd źródła zależy od napięcia lub prądu w innym elemencie obwodu elektrycznego.

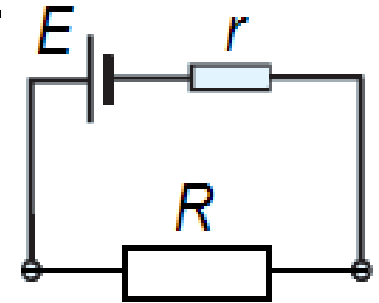
Czasem przy analizie układów wygodnie jest zastąpić takim źródłem aktywny element obwodu jakim jest np. tranzystor.



# Obciążanie źródeł napięcia - odbieranie energii

Zamknięcie obwodu elektrycznego (połączenie biegunów źródła z odbiornikiem energii elektrycznej) skutkuje pojawieniem się prądu w stworzony dla niego obwodzie i przekazywaniem energii.

O wielkości natężenia prądu decyduje siła elektromotoryczna  $E$ , rezystancja wewnętrzna  $r$  i rezystancja obciążenia  $R$ .



Zgodnie z prawem Ohma  $I = E/(R+r)$ .

Na zaciskach ustali się napięcie  $U = E - Ir$ . Zatem odbierana moc wyniesie  $P_R = RI^2 = RE^2/(R+r)^2$ . Biorąc pochodną tego wyrażenia po  $R$  i

przyrównując do zera znajdziemy, że maksymalna moc wydzieli się w odbiorniku o rezystancji  $R = r$ . Nazywamy to zasadą maksymalnego przekazu mocy. Warto zauważyć, że dla  $R = r$  wydzieli się identyczna moc na rezystancji wewnętrznej  $r$ . Oznacza to, że przy maksymalnym przekazie mocy mamy spore straty energii (równe energii przekazanej do odbiornika). Oszczędniej z energią będzie w sytuacji  $R \gg r$ .

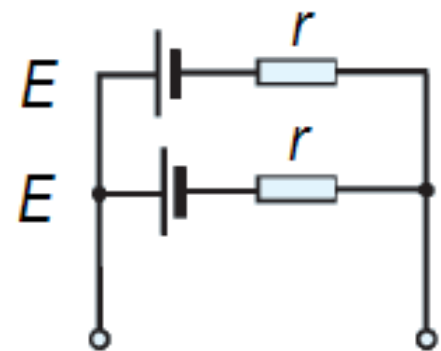
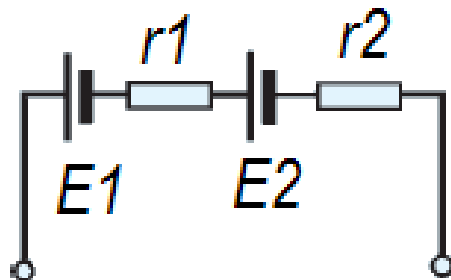
W systemach audio dla uzyskania maksymalnej głośności dopasowujemy  $R$  głośników do  $r$  wzmacniaczy. Natomiast unikamy dopasowania (stosujemy  $R \gg r$ ) w sytuacji zasilania pilota lub innego urządzenia baterią.

## Łączenie źródeł napięcia

Dla uzyskania wyższej SEM ogniwa łączymy szeregowo wtedy ich indywidualne SEM się sumują. Sumują się również (niestety) ich oporności wewnętrzne.

Dla uzyskania większych natężeń prądu ogniwa łączymy równolegle. Sumują się wtedy ich przewodności wewnętrzne (odwrotności oporów).

Przy nie identycznych źródłach napięcia łączenie równoległe może prowadzić do strat energii ogniw w czasie spoczynku (bez podłączenia odbiornika energii) .



# WYBRANE METODY ANALIZY OBWODÓW ELEKTRYCZNYCH

Do najczęściej stosowanych metod analizy obwodów elektrycznych zaliczamy następujące metody.

1. Metoda uproszczeń.
2. Metoda superpozycji.
3. Metoda stosowania twierdzeń Thevenina i Nortona.
4. Metoda oczkowa, zwana też metodą prądów oczkowych (preferowane są układy zawierające źródła napięciowe).
5. Metoda węzłowa, zwana też metodą napięć węzłowych jest najczęściej stosowana (preferowane są źródła prądowe).
6. Metoda graficzna. Stosowana jest szczególnie w przypadku układów zawierających elementy nieliniowe.

W powyższych metodach stosowane są: prawa Kirchhoffa, prawo Ohma, intuicja i dążenie do uzyskania pełnego układu równań niezależnych. W większości metod przed przystąpieniem do układania równań konieczne jest tzw. strzałkowanie napięć i prądów by składniki równań były zapisywane z właściwymi znakami. Czasem duże ułatwienie przynosi zamiana źródeł prądowych na równoważne źródła napięciowe lub odwrotnie.

# Metoda uproszczeń (transfiguracji).

Polega na stopniowym uproszczeniu układów przez wyznaczanie impedancji lub konduktancji zastępczej fragmentów układu. Jest to metoda intuicyjna.

Przykład. Stosując stopniowe uproszczenia układu obliczyć prądy w podanym układzie:

Rozwiązanie.

W pierwszym kroku obliczamy rezystor zastępczy dla trzech rezystorów po  $3\ \Omega$  równolegle ze sobą połączonych:

$$R_{Z1} = 1 / (1/3\ \Omega + 1/3\ \Omega + 1/3\ \Omega) = 1\ \Omega.$$

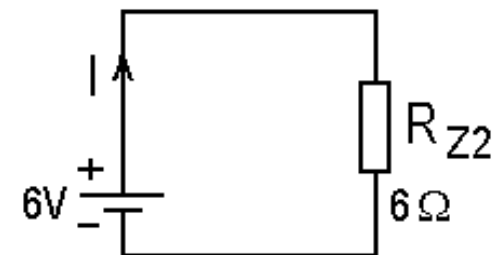
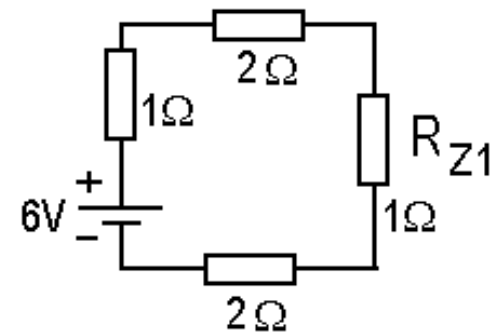
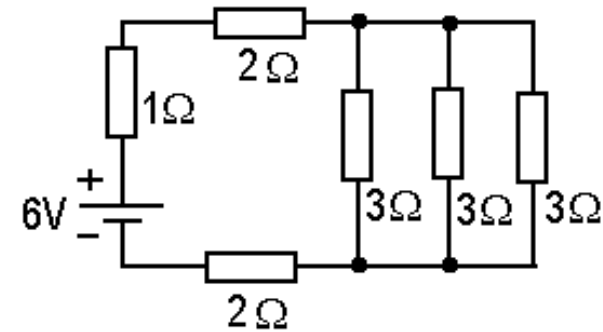
Następnie rysujemy układ prostszy ale równoważny i w kolejnym uproszczeniu, obliczamy rezystor zastępczy dla czterech szeregowo połączonych rezystorów

$$R_{Z2} = 1\ \Omega + 2\ \Omega + R_{Z1} + 2\ \Omega = 6\ \Omega$$

Obliczamy prąd  $I = U / R_{Z2} = 6V / 6\ \Omega = 1A$ .

Teraz możemy obliczyć trzy identyczne prądy płynące równolegle przez rezystory  $3\ \Omega$ -we.

Wynoszą one  $I/3 = 1A/3$ .



**Zamiana gwiazda-trójkąt.** Przy takiej zamianie pewnych części układu możemy otrzymać układ równoważny i prostszy do obliczeń. Poniższe wzory otrzymujemy z 3 równań zapisanych jako równości oporu między odpowiednimi punktami  $R[A,B]_{\text{Trójkąt}} = R[A,B]_{\text{Gwizda}}$ ,

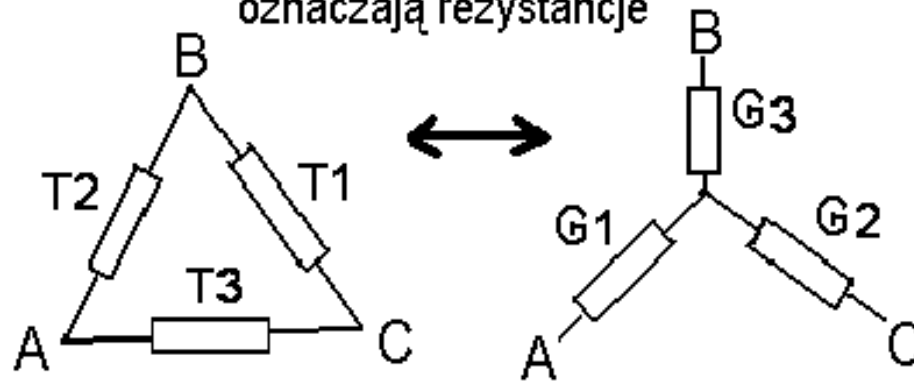
$$R[B,C]_{\text{Trójkąt}} = R[B,C]_{\text{Gwizda}} \text{ i } R[A,C]_{\text{Trójkąt}} = R[A,C]_{\text{Gwizda}}$$

Wielkości  $G$  i  $T$   
oznaczają rezystancje

$$T1 = G2 + G3 + \frac{G2 \cdot G3}{G1}$$

$$T2 = G1 + G3 + \frac{G1 \cdot G3}{G2}$$

$$T3 = G1 + G2 + \frac{G1 \cdot G2}{G3}$$

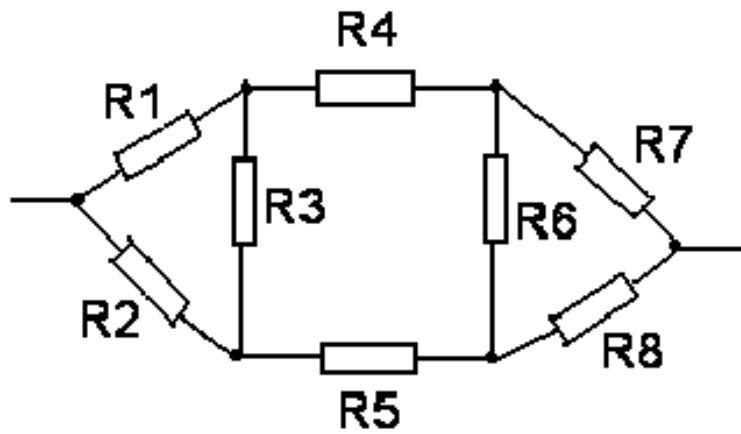


$$G1 = \frac{T2 \cdot T3}{T1 + T2 + T3}$$

$$G2 = \frac{T1 \cdot T3}{T1 + T2 + T3}$$

$$G3 = \frac{T1 \cdot T2}{T1 + T2 + T3}$$

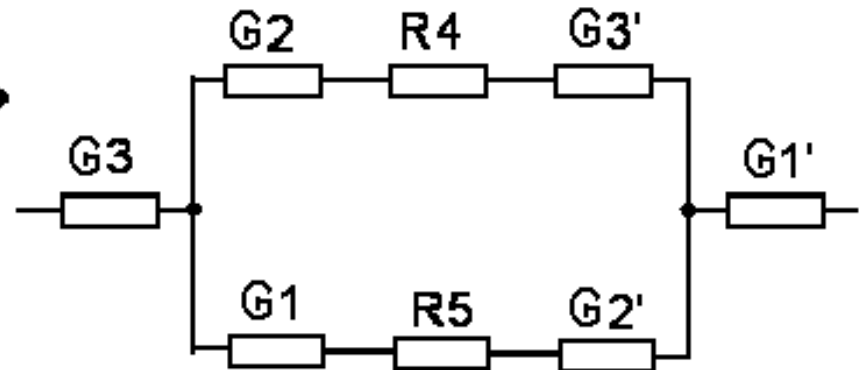
Przykładowy złożony układ



Zamianie dwóch trójkątów na dwie gwiazdy



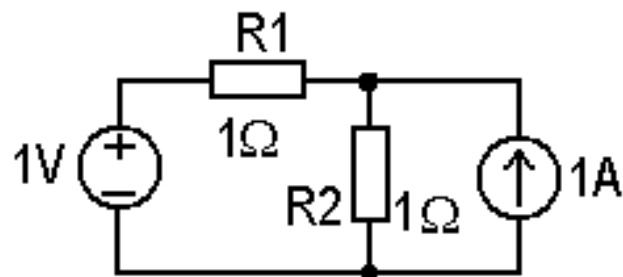
Układ po uproszczeniu



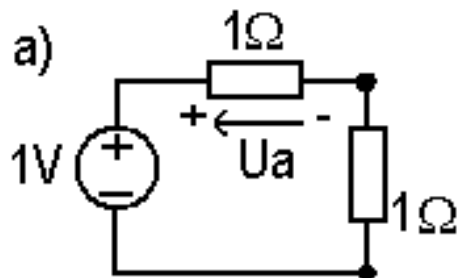
# Metoda superpozycji

Ponieważ równania Maxwella są liniowe (względem napięć, prądów, ładunków i natężeń pól, które opisują), zatem przy analizie układów elektrycznych obowiązuje zasada superpozycji. Wedle zasady superpozycji możemy rozważać skutki pojedynczego źródła (wymuszenia) przez proste usunięcie pozostałych źródeł; poprzez wyzerowanie (zwarcie) źródeł napięcia i wyzerowanie (rozwarcie) źródeł prądowych. Następnie aby obliczyć prąd lub napięcie na jakimś elemencie po prostu sumujemy wkłady od poszczególnych źródeł (wymuszeń).

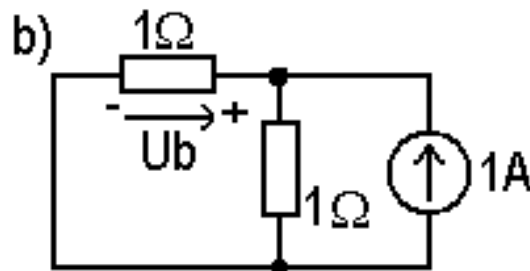
Przykład: Stosując zasadę superpozycji obliczyć napięcie na rezystorze R1.



Rozwiązanie: Zgodnie z zasadą superpozycji zadany układ zbadamy osobno dla każdego źródła. Mamy zatem dwie składowe napięcia na R1  $U_a$  i  $U_b$ :



$$\text{tu } U_a = +0,5\text{V}$$

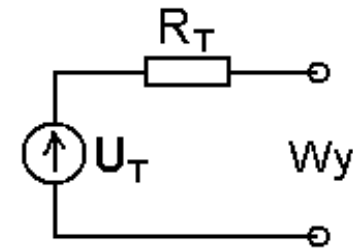


$$\text{a tu } U_b = -0,5\text{ V}$$

Wynik to suma obu składowych, czyli:  
 $U_{R1} = U_a + U_b = 0\text{ V}$

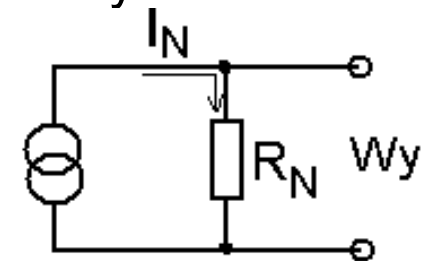
# Metoda stosowania twierdzeń Thevenina i Nortona

**Twierdzenie Thevenina** stanowi, że dowolną sieć elektryczną (a w szczególności zasilacz) z dwoma wybranymi zaciskami można zastąpić szeregowym połączeniem jednego źródła napięciowego o sile elektromotorycznej  $U_T$  i pojedynczego



rezystora  $R_T$ .  $U_T$  jest napięciem na rozwartych zaciskach układu:  $U_T = U_{\text{rozwarcia}}$ .  $R_T$  jest wewnętrzną rezystancją theveninowskiego układu zastępczego:  $R_T = U_T / I_{\text{zwarcia}}$ . Definicja  $U_T = U_{\text{rozwarcia}}$  podpowiada jak można zmierzyć lub obliczyć  $U_T$ . Natomiast definicja  $R_T = U_T / I_{\text{zwarcia}}$  mówi jak można wyznaczyć  $R_T$  mając wyznaczoną wartość  $U_T$ : należy obliczyć lub zmierzyć  $I_{\text{zwarcia}}$  i obliczyć ułamek  $U_T / I_{\text{zwarcia}}$ .

**Twierdzenie Nortona** mówi, że każdą sieć elektryczną (a w szczególności zasilacz) można zastąpić równoległym połączeniem źródła prądowego generującego prąd  $I_N$

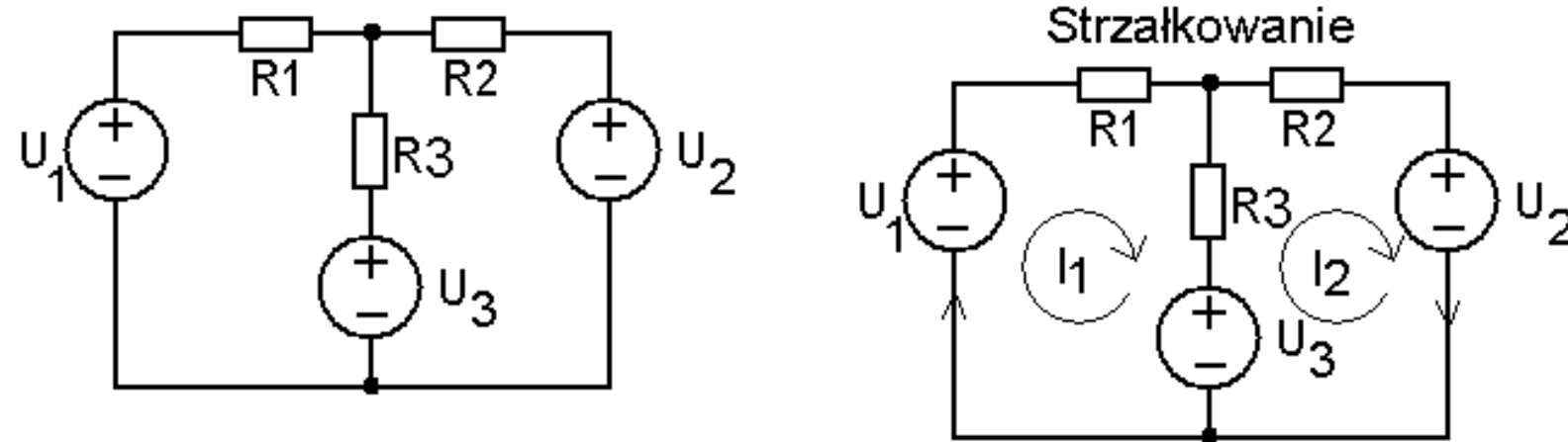


i rezystora  $R_N$ .  $I_N$  jest prądem zwarcia.  $I_N = I_{\text{zwarcia}}$ .

$R_N = U_{\text{rozwarcia}} / I_N$ . Gdy spotkamy układy z napięciami i prądami zmiennymi będziemy posługiwać się uogólnieniem rezystancji jakim jest impedancja  $Z$  (czyli „oporność zależna od częstotliwości”). Z powyższego widać, że dla każdego układu  $R_T = R_N = U_{\text{rozwarcia}} / I_{\text{zwarcia}}$ . **Zastąpienie złożonego układu (np. zasilacza) przez równoważny i prosty układ zawierający jedno źródło napięciowe lub prądowe i jedną rezystancję pozwala łatwo obliczać i przewidzieć co nastąpi na zewnątrz zastępowanego układu gdy podłączymy do niego dowolny odbiornik mocy.**

**Metoda oczkowa** (Metoda prądów oczkowych). Polega na: 1) ostrzałkowaniu analizowanego obwodu – zaznaczenia „prądów oczkowych”, 2) napisaniu układu równań stosując napięciowe prawo Kirchhoffa (NPK) do wszystkich „oczek” (oczko – pętla bez rozgałęzień do wewnątrz). 3) rozwiązaniu tego układu równań.

Przykład: Obliczyć prądy w podanym układzie.



Zapisujemy równania:

$$U_1 - U_3 = (R_1 + R_3)I_1 - R_3I_2$$

$$U_3 - U_2 = -R_3I_1 + (R_2 + R_3)I_2$$

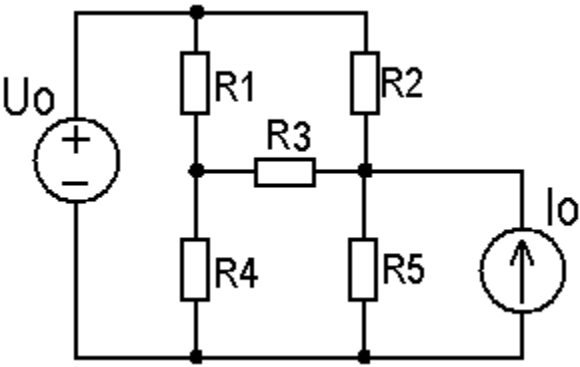
i rozwiązujemy je dowolną metodą (dla większej ilości równań metodą Kroneckera).



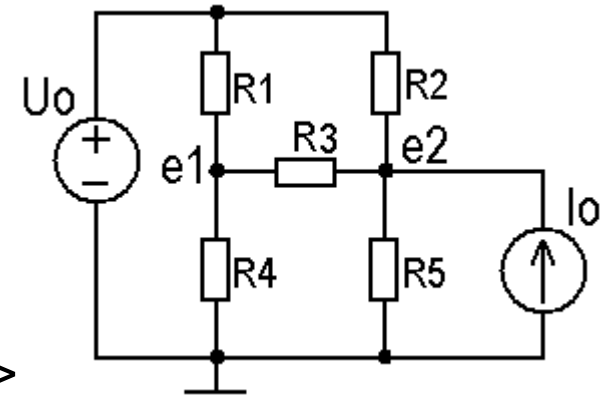
**Metoda węzłowa** (Metoda potencjałów węzłowych). Jest to jedna z wielu metod wykorzystujących prawa Kirchhoffa i prawo Ohma, przy czym jednak jest najbardziej popularną metodą analizy obwodów elektrycznych bo najszybciej prowadzi do niezależnego układu równań. W tej metodzie wykonujemy kolejno następujące kroki:

- 1) Wybieramy węzeł odniesienia (którego potencjał przyjmujemy jako zerowy, uziemiony). Względem tego węzła będą określane potencjały innych węzłów. Najlepiej aby węzeł odniesienia łączył możliwie najwięcej elementów (przewodów).
- 2) Oznaczamy symbolami napięcia (np. „ $e_n$ ”) pozostałe miejsca obwodu. Do określania prądów stosujemy przewodności  $G$ ,  $G = 1/R$  (lub konduktancje  $Y$ ,  $Y = 1/Z$ ) mnożone przez różnice napięć np.  $(e_2 - e_1)G_2$ .
- 3) Stosujemy prądowe prawo Kirchhoffa do wszystkich węzłów prócz węzła odniesienia (możemy otrzymać  $n-1$  niezależnych równań, gdzie  $n$  - ilość węzłów).
- 4) Rozwiązujemy te równania i uzyskujemy nieznanne napięcia węzłów.
- 5) Obliczamy pozostałe wielkości.

**Metoda węzłowa.** Przykład. W układzie po lewej mamy dane źródła i rezystancje. Obliczyć prąd przez R3.



Wybieramy węzeł odniesienia i oznaczamy nieznane napięcia pozostałych węzłów: e1 i e2. ->



Stosujemy PPK (prądowe prawo Kirchhoffa)

Dla węzła e1:  $(e1 - U_0)G1 + e1G4 + (e1 - e2)G3 = 0$

Dla węzła e2:  $(e2 - U_0)G2 + (e2 - e1)G3 + e2 G5 - I_0 = 0$ . Porządkujemy:

$$\begin{aligned} e1(G1+G4+G3) + e2(-G3) &= U_0G1 \\ e1(-G3)+e2(G2+G3+G5) &= U_0G2+I_0 \end{aligned} \Rightarrow \begin{bmatrix} G1+G4+G3 & -G3 \\ -G3 & G2+G3+G5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e1 \\ e2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_0G1 \\ U_0G2+I_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e1 \\ e2 \end{bmatrix} = \frac{1}{(G1+G4+G3)(G2+G3+G5) - G3 G3} \begin{bmatrix} G2+G3+G5 & G3 \\ G3 & G1+G4+G3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_0G1 \\ U_0G2+I_0 \end{bmatrix}$$

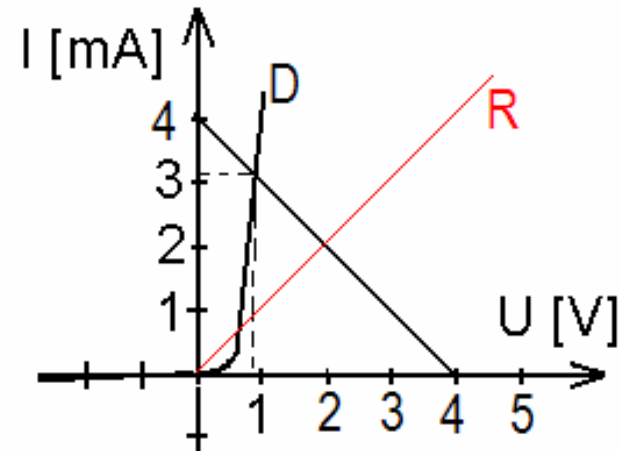
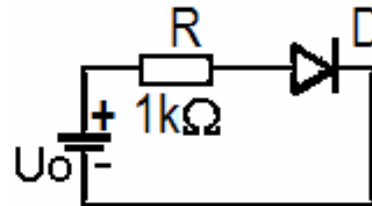
Obliczone e1 i e2 podstawiamy do np.:  $I_{G3} = (e1 - e2)G3$

# Metoda graficzna (metoda przecięcia charakterystyk).

Metoda g. stosowana jest do analizy układu, w którym element nieliniowy współpracuje z elementem liniowym w postaci rezystora (lub liniowego obciążenia). Metoda polega na odpowiednim wrysowaniu linii prostej reprezentującej element liniowy w wykres charakterystyki elementu nieliniowego. Wrysowana linia prosta to zbiór punktów pokazujących wartości prądu płynącego przez element liniowy jako funkcja napięć „pozostawianych próbnie” dla elementu nieliniowego. Linie tę rysujemy przy pomocy dwóch skrajnych punktów: 1) gdy całe napięcie pozostaje na elemencie nieliniowym tak jakby w nim była przerwa i prąd wtedy wynosi 0A, 2) gdy nic nie pozostaje dla elementu nieliniowego, jakby uległ zwarciu, wtedy prąd wynosi  $U_0/R$ , gdzie  $U_0$  – całe napięcie a  $R$  impedancja elementu liniowego (obciążenia).

Przykład. Znajdź napięcia na diodzie gdy do układu: dioda i rezystor  $1\text{ k}\Omega$  przyłożono napięcie: 4V.

Rozwiązanie: współrzędne dwóch punktów prostej to  $(4\text{V}, 0\text{A})$  i  $(0\text{V}, 4\text{mA})$ . Obie linie (prosta charakterystyka rezystora i charakterystyka diody) przecinają się w punkcie  $(0,9\text{V}, 3,1\text{mA})$  zatem napięcie na diodzie wynosi  $0,9\text{V}$ .

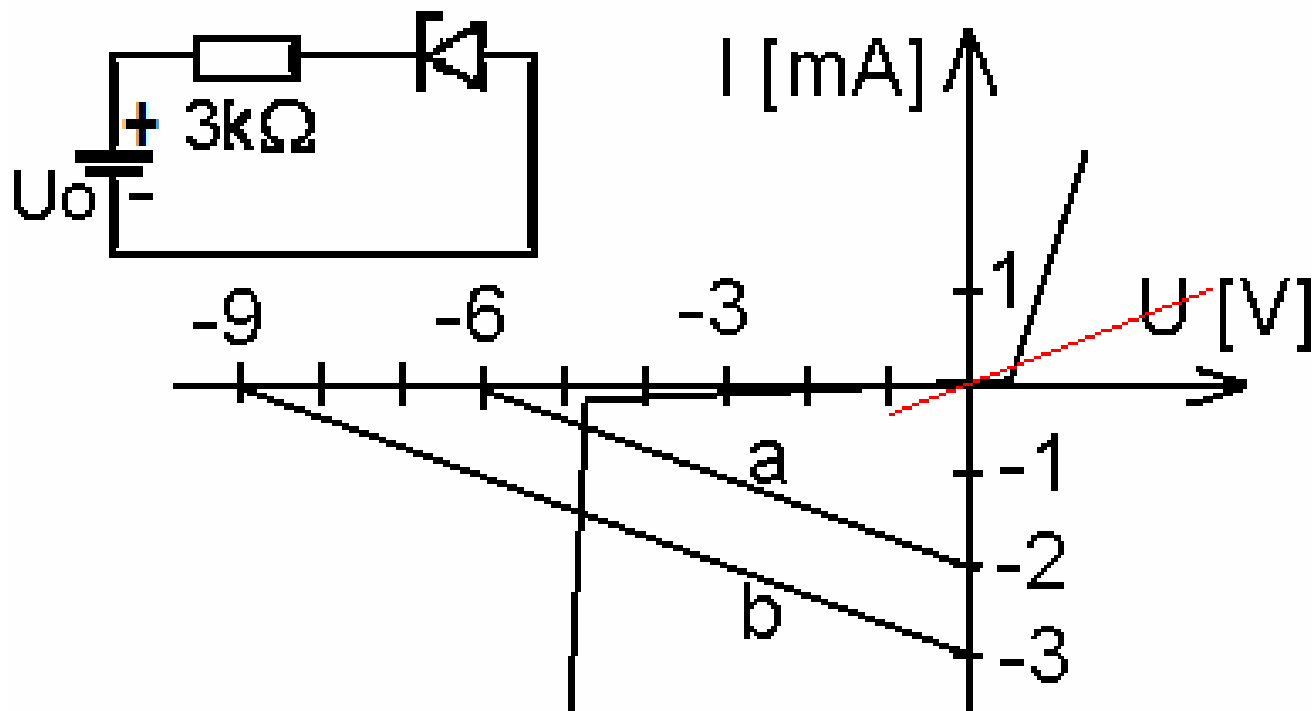


Przykład. Znajdź napięcia na diodzie Zenera gdy do układu: dioda Zenera na 5 V i rezystor 3 k $\Omega$  przyłożono napięcie: a) 6 V, b) 9 V.

Rozwiązanie: dla a)  $U_o = 6$  V współrzędne dwóch punktów prostej to (-6V, 0A) i (0V, -2mA). Dla prostej b)  $U_o = 9$  V mamy:

(-9V, 0A) i (0V, -3mA). Obie proste przecinają charakterystykę diody w okolicy 5V zatem napięcie na diodzie wynosi 5V

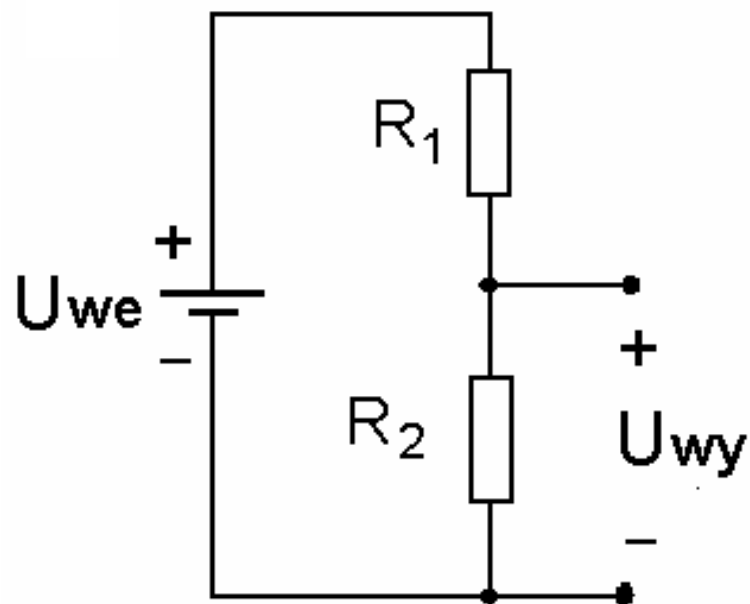
choć źródło napięcia znacznie zmieniło generowaną wartość  $U_o$  z 6 V na 9 V.



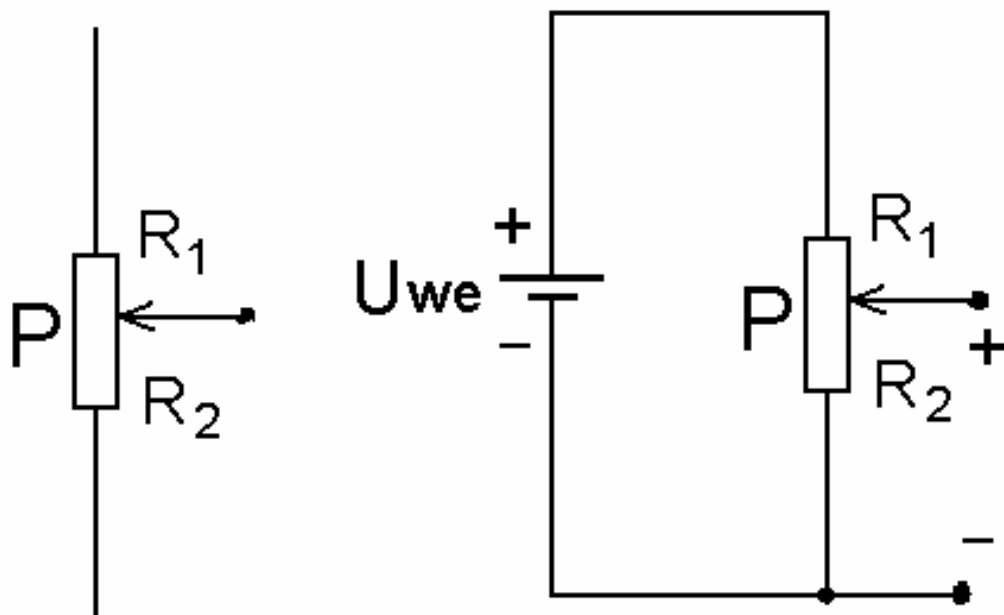
# Dzielnik napięcia

Jest to układ, który zadane napięcie dzieli na ściśle określone części. Zatem napięcie wyjściowe (jedna z tych części) jest ściśle określonym ułamkiem napięcia wejściowego. Jest podstawą do zrozumienia działania wielu układów elektronicznych. Dla dzielnika bez obciążenia (jak na rysunku) w opornikach  $R_1$  i  $R_2$  mamy taki sam prąd. Napięcie wyjściowe, na zaciskach  $R_2$ , jest równe  $U_{wy} = U_{we}R_2/(R_1+R_2)$ .  $U_{wy}$  jest taką częścią  $U_{we}$  jaką  $R_2$  jest częścią sumy  $R_1+R_2$ . (generalnie  $U_x = U_{we}R_x/R_{całości}$ )

## Dzielnik napięcia



## Potencjometr też dzielnik



# Dzielnik prądu

Jest to układ, który dzieli zadany prąd na ściśle określone części.

Na zaciskach oporników R1 i R2

(o przewodnościach G1 i G2,  $G1 = 1/R1$  i  $G2 = 1/R2$ ) mamy takie samo napięcie.

$$I_1 = U_0/R1 = U_0G1, I_2 = U_0/R2 = U_0G2.$$

$$I_0 = I_1 + I_2 = U_0G1 + U_0G2.$$

Zatem stosunki  $I_1/I_0$  i  $I_2/I_0$  czyli

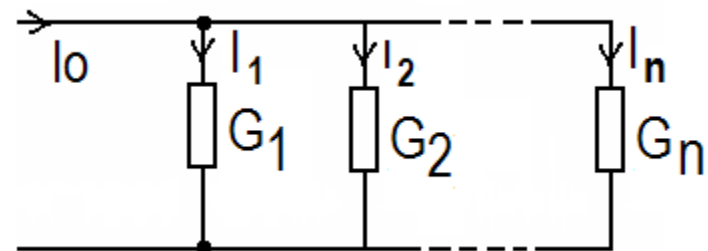
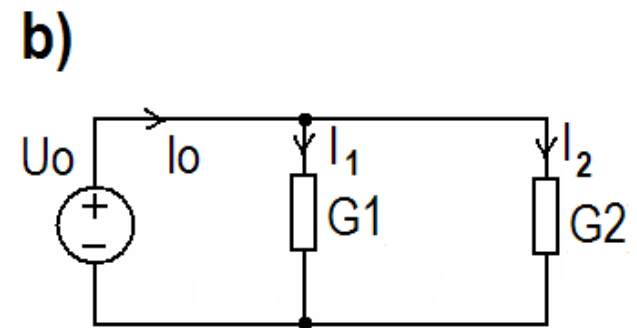
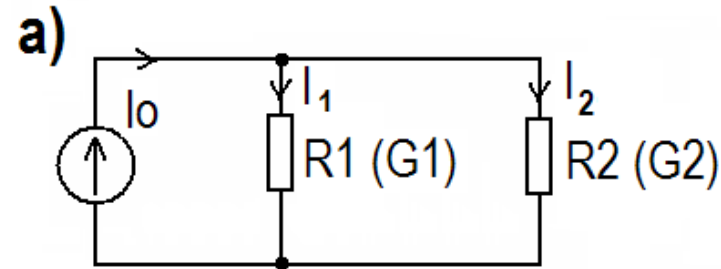
$I_1/(I_1 + I_2)$  i  $I_2/(I_1 + I_2)$  są identyczne ze stosunkami  $G1/(G1 + G2)$  i  $G2/(G1 + G2)$ .

Generalnie, przy podziale prądu na większą ilość części n

$I_x$  ( $x = 1, 2 \dots n$ ) jest taką częścią

$I_0$  ( $I_{we}$ ) jaką  $G_x$  jest częścią sumy

$$G1 + G2 + \dots + G_n = G_{całości}$$



# Przykład mostek Wheatstone'a

Jest to prosty układ rezystorów pokazany na rysunku (a). Stosowany jest w wielu układach pomiarowych, gdzie jeden z rezystorów jest sensorem (czujnikiem) jakiejś wielkości fizycznej.

1) Wyrazić  $U_{ab}$  przy pomocy rezystancji w układzie i  $U_s$ .

2) Jaka jest wartość  $R_x$  gdy  $R_1 = R_2 = R_3 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $U_s = 9 \text{ V}$ ,  $U_{ab} = 9 \text{ mV}$ ?

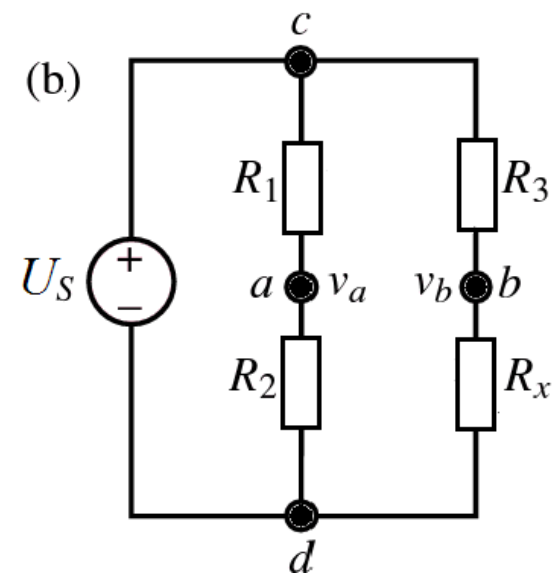
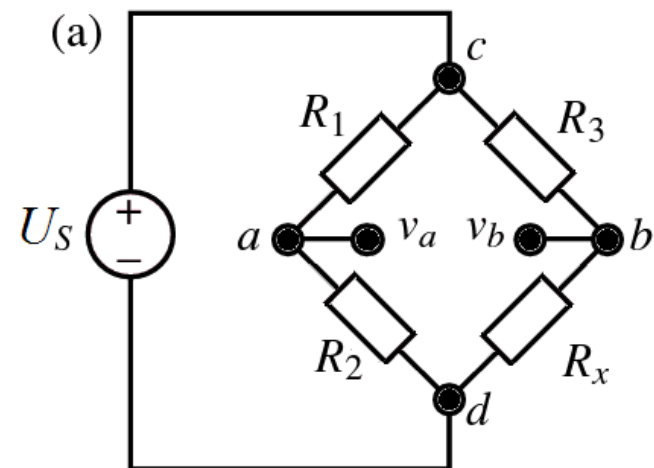
1) Mostek można też narysować w postaci jak na rysunku (b), gdzie dobrze widać, że:  $v_a$  rozumiane jako  $U_{ad}$  wynosi  $v_a = U_s R_2 / (R_1 + R_2)$ . Podobnie  $v_b = U_s R_x / (R_3 + R_x)$ .

Zatem

$$U_{ab} = v_a - v_b = U_s \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_x}{R_3 + R_x} \right)$$

$$2) \quad 0,009 = 9 \left( \frac{1}{2} - \frac{R_x}{1 + R_x} \right) \rightarrow 0,001 = 0,5 - \frac{R_x}{1 + R_x} \rightarrow 0,499 = \frac{R_x}{1 + R_x}$$

$$0,499 + 0,499 R_x = R_x \rightarrow R_x = \frac{0,499}{0,501} \text{ k}\Omega = 996 \Omega$$

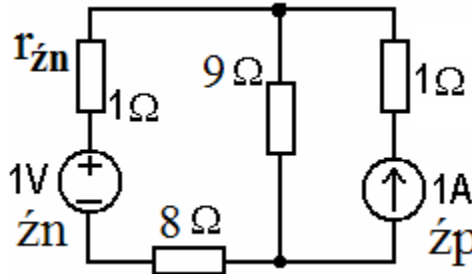


# Elektrotechnika i elektronika lista-02.

- 1) Mając do dyspozycji ogniwa o napięciu 1,2 V i nominalnym prądzie 0.2A zaproponuj układ złożony z tych baterii aby uzyskać baterię o parametrach 12 V i 1 A.
- 2) Osiem identycznych ogniw o sile elektromotorycznej 2,2 V i oporności wewnętrznej 0,2 Ω połączono a) szeregowo, b) równolegle. Jaka siłę elektromotoryczną mają te układy i jaką oporność wewnętrzną?
- 3) Akumulator o oporności wewnętrznej 0,02 Ω i SEM = 6 V dostarcza prąd o natężeniu a) 1 A, b) 50 A, Jakie napięcie panuje na jego zaciskach.
- 4) Akumulator z zadania 3 jest podłączony do odbiornika o rezystancji: a) 6 Ω, b) 0,1 Ω, c) 0,005 Ω. Jakie będą natężenia prądu i jakie napięcia na zaciskach tego akumulatora?
- 5) Mając dwa rezystory: 1 Ω i 5 Ω, jakie można zbudować z nich dzielniki napięcia i dzielniki prądu?
- 6) Dwie baterie o siłach elektromotorycznych i rezystancjach wewnętrznych: SEM1 = 1 V i r1 = 1 Ω, oraz SEM2 = 2 V i r2 = 2 Ω połączono a) szeregowo, b) równolegle. Jakie będą siły SEM i rezystancje wewnętrzne powstałych układów? Czy dojdzie do zużycia energii baterii bez podłączania odbiorników energii?

- 7) Trzy akumulatory o parametrach SEM = 2 V i  $R_w = 0,1 \Omega$  połączono: a) szeregowo, b) równolegle. Przedstaw układy zastępcze Thevenina i Nortona tych połączeń.

8) Dany jest obwód elektryczny złożony ze źródeł: napięciowego  $\dot{z}_n$  i prądowego  $\dot{z}_p$  oraz rezystorów jak na rys. Oblicz wszystkie natężenia prądów i spadki napięć stosując metodę superpozycji.



- 9) Wyprowadzić ogólne wyrażenia dla dzielników napięciowych i prądowych: a)  $U_x = U_0 R_x / R_{\text{wypadkowe dzielnika}}$  b)  $I_x = I_0 G_x / G_{\text{wypadkowe dzielnika}}$