



Uniwersytet
Wrocławski

**Wydział Fizyki
i Astronomii**
Instytut Fizyki Doświadczalnej

pl. M. Borna 9
50-204 Wrocław
tel. +48 71 375 93 02, +48 71 328 73 65
fax +48 71 328 73 65
e-mail: sekr@ifd.uni.wroc.pl
www.ifd.uni.wroc.pl

Elektronika (konspekt)

Franciszek Gołek (golek@ifd.uni.wroc.pl)

www.pe.ifd.uni.wroc.pl

Wykład 03

Elementy obwodów prądu zmiennego

Rezystory są istotnymi elementami obwodów prądu zarówno zmiennego jak i stałego. W obwodach prądu zmiennego obok rezystancji (rezystorów) istotnymi elementami są również indukcyjności i pojemności (cewki i kondensatory)

Rezystancja rezystora (objętościowego)

$$R = \frac{\rho l}{A}$$

wyraża się wzorem:

R – rezystancja, ρ - rezystancja właściwa materiału, l - długość rezystora, A – przekrój poprzeczny rezystora.

Najważniejsze parametry przy doborze rezystorów są:

Nominalna moc P_{\max}

Nominalne napięcie V_{\max}

$$P_{\max} = \frac{(V_{\max})^2}{R}$$

$$TWR = \frac{\Delta R}{R \Delta T}$$

Temperaturowy współczynnik rezystancji

(typowo od 10^{-3} do 10^{-5} na stopień Celsjusza),

R – rezystancja w temperaturze otoczenia

ΔT – przyrost temperatury względem temp. otoczenia.

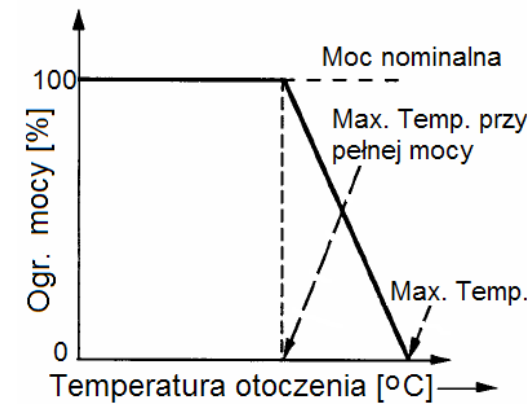
ΔR – przyrost rezystancji.

Napięciowy współczynnik rezystancji




$$NWR = \frac{\Delta R}{R (U_{\max} - 0,1 U_{\max})}$$

R – rezystancja przy napięciu = $0,1 U_{\max}$ (U_{\max} - dopuszczalne maksymalne napięcie pracy rezystora), ΔR – przyrost rezystancji.

Inne parametry: indukcyjność pasożytnicza, napięcie graniczne, dopuszczalna moc, tolerancja, poziom szumu (Rezystory metalizowane i drutowe "szumią" najmniej ale mają większą indukcyjność. Ich napięcie szumów wynosi $0,05 \mu V/V$. Napięcie szumów rezystorów węglowych wynosi $6 \mu V/V$).



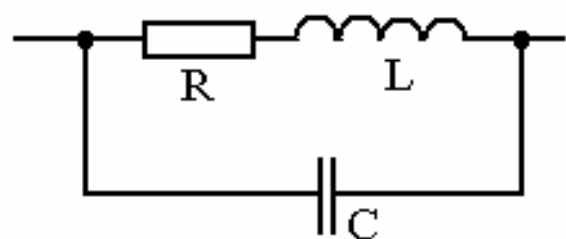
Kod paskowy rezystorów	Znaczenie				
	Kolor kreski	1 i 2 lub 1, 2 i 3 kreska 1 i 2 lub 1, 2 i 3 cyfra	kreska mnożnik	kreska tolerancja	6 kreska wsp. temperaturowy
Czarny	0	1	20 [%]	200	[ppm/K]
Brazowy	1	10	1	100	
Czerwony	2	100	2	50	
Pomarańczowy	3	1000	3	15	
Żółty	4	10000		25	
Zielony	5	100000	0,5		
Niebieski	6	1000000	0,25	10	
Fioletowy	7	10000000	0,1	5	
Szary	8			1	
Biały	9				
Złoty		0,1	5		
Srebrny		0,01	10		
Brak kreski			20		

tolerancja 	tolerancja 	tolerancja wsp. temperaturowy 
cyfry ↑ ↑ ↑ mnożnik	cyfry ↑ ↑ ↑ ↑ mnożnik	cyfry ↑ ↑ ↑ ↑ mnożnik

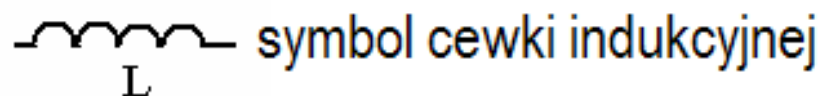
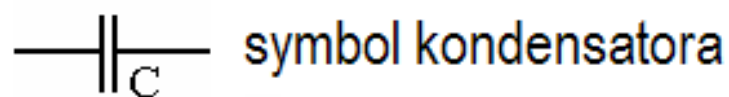
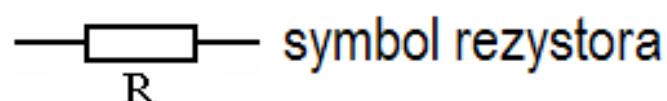
Znormalizowane szeregi rezystorów

E 6	Tolerancja 20%	2-cyfry:	10, 15, 22, 33, 47, 68,	$\left(\frac{100}{6\sqrt{10^k}}\right)$ dla k = 6, 5, 4.....1)
E 12	" 10%	"		
E 24	" 5%	"		
E 48	" 2%	3- cyfry	100, 105, 110, 115, 121, ..	$\left(\frac{1000}{48\sqrt{10^k}}\right)$ dla k = 48, 47, 46.....1)
E 96	" 1%	"		
E 192	" 0,5%	"		

Schemat zastępczy rezystora



oprócz rezystancji właściwej zawiera resztkową indukcyjność L , rzędu 5 nH, i resztkową pojemność C , rzędu 0,5pF. Resztkowe wielkości L i C są istotne i mogą sprawiać problemy przy sygnałach o wysokiej częstotliwości.



Kody literowo-cyfrowe

Przykładowe oznaczenia

Wartość	Kody
0,1 Ω	0R1 lub 0E1
1,5 Ω	1R5
18 Ω	18R lub 18 lub 180
220 Ω	220R lub 220 lub 221
4,7k Ω	4K7 lub 472
10k Ω	10K lub 103
4,75M Ω	4M75 lub 4754
22M Ω	22M lub 226

Ostatnia cyfra często

(gdy brak litery między cyframi)
oznacza ilość zer.

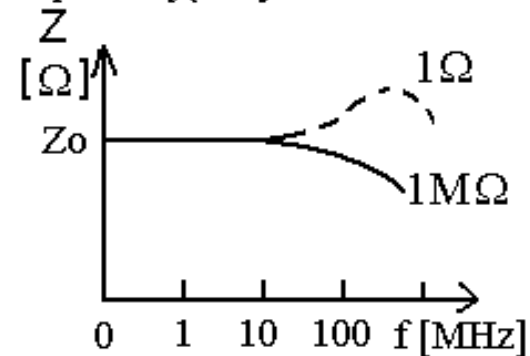
Rezystor aluminiowy
2,5 Ω 50 W



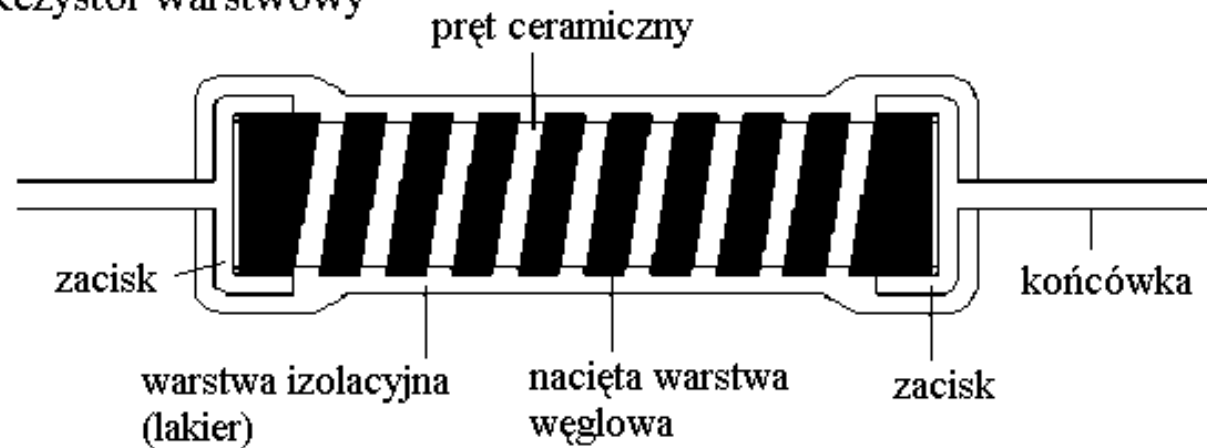
Dwa z wielu przykładów konstrukcji rezystorów.

Zależnie od budowy rezystora i wartości rezystancji zachowanie się rezystorów może być bardzo różne.

Przykładowe wpływy indukcyjności i pojemności resztkowych na impedancję rezystora.



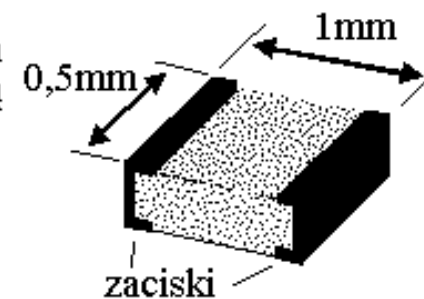
Rezystor warstwowy



Rezystor objętościowy



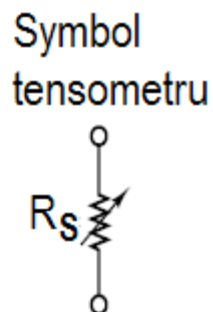
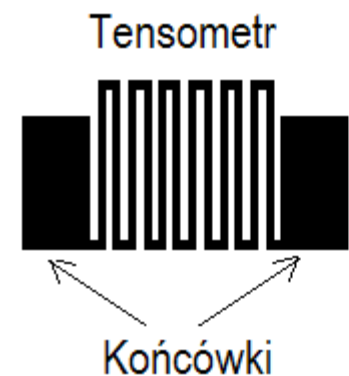
O rozmiarach rezystora decyduje głównie jego moc nominalna (znaczna powierzchnia dla odprowadzania znacznej ilości ciepła). Najmniejsze obecnie produkowane rezystory mają rozmiary rzędu 1 mm i są stosowane w technologii SMT/SMD (surface mounted technology/design). W SMT elementy lutowane są na powierzchni płyt laminowanych po tej samej stronie gdzie leżą, zapewnia to efektywne skrócenie doprowadzeń.



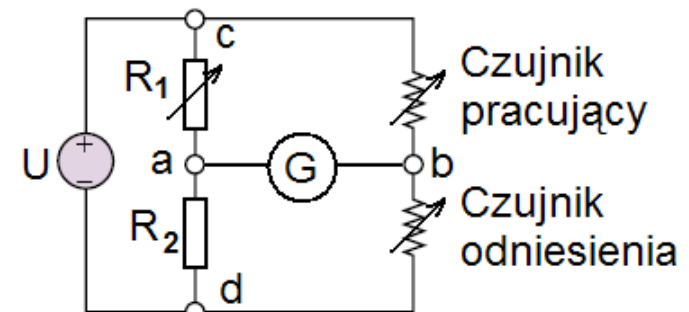
Rezystory w układach scalonych

Osobną grupę rezystorów stanowią te w układach scalonych. Mamy tam rezystory półprzewodnikowe i rezystory w postaci naparowanych cienkich warstw. Rezystory półprzewodnikowe to odpowiednio domieszkowane poprzez dyfuzję lub inplantację obszary objętości półprzewodnika. Rezystory cienkowarstwowe powstają przez naniesienie (naparowanie) warstwy materiału oporowego (tantalu, SnO_2 , Ni-Cr lub jeszcze innego) na izolacyjne podłoże i wytrawienie w taki sposób aby uzyskać pożądaną sieć rezystorów.

Zastosowanie rezystorów do pomiaru odkształceń i naprężeń – tensometry. Tensory w postaci cienkowarstwowego rezystora (grubość warstwy przewodzącej poniżej 0,001mm) są wykonywane metodą fotolitografii. Maksymalne odkształcenie $\Delta L/L = 0,005$ (0,5%) powoduje zmianę rezystancji rezystora o około 1 % (100Ω o około 1Ω).



Układ pomiarowy z mostkiem Wheatstone'a



Warystory

Warystory to rezystory zależne od napięcia z silną nieliniowością: $V = k \cdot I^\beta$, zabezpieczają one inne elementy przed przepięciem.

termistory

Termistory zmieniają swoją rezystancję wykładniczo z temperaturą:

$R_T = Ae^{B/T}$ - typ NTC (negative temperature coefficient) zabezpieczają zimne katody w chwili włączania napięcia lub

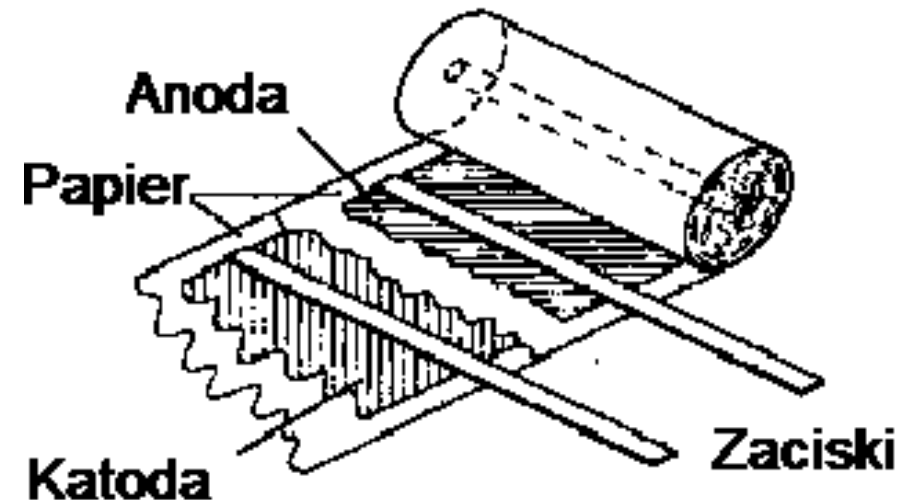
$R_T = A + Ce^{BT}$ - typ PTC (positive temperature coefficient) mogą zabezpieczać przed nadmiernym wzrostem temperatury.

Kondensatory

realizują koncepcję magazynowania energii w postaci pola elektrycznego między naładowanymi elektrycznie okładkami. Ich efektywność zależy od powierzchni i kształtu okładek, od odstępów oraz materiału między okładkami.



Kondensator
elektrolityczny



Żywotność zależy od takich parametrów pracy jak: przykładane napięcia czy temperatura.

Uwagi o odczycie parametrów kondensatorów

Kondensatory o dużych pojemnościach (podobnie jak rezystory dużej mocy) są na tyle duże, że na ich obudowie wystarcza miejsca na napisanie wartości pojemności razem z jednostkami. Przykład: kondensatory elektrolityczne.

Napis: +500MF oznacza, że końcówka bliższa znaku + musi mieć potencjał nie niższy od potencjału drugiej końcówki (w przeciwnym wypadku kondensator ulegnie zniszczeniu), pojemność kondensatora wynosi 500 μF . Znak – oznacza końcówkę, dla której przewidziany jest niższy potencjał.

Kondensatory o mniejszych rozmiarach to np. kondensatory tantalowe.

Napis +4R7 μ oznacza 4.7 μF (R oznacza miejsce dziesiętne).

Taki sam kondensator może być oznaczony napisem: +475k

k oznacz tu tolerancję ($\pm 10\%$) natomiast cyfry 475 oznaczają 47×10 do potęgi 5 pF. Jednostki należy odgadnąć na podstawie następujących wskazówek.

1) Przeważnie stosujemy mikro i pikofarady a unikamy mili- i nano-faradów, największe w śród typowych pojemności to około 500 μF i znaczne rozmiary kondensatora. Przykładowo napis: “680” musi zatem oznaczać 680 pF.

2) Pikofarad jest bardzo małą wartością i zwykle spotykamy kondensatory o pojemności większej od 1 pF. Oznacza to, że znajdując napis: “.01” należy go odczytać jako 0.01 μF . Zatem wcześniejszy napis: “475” oznacza 4.7×10^5 pF.

Przykładowo napis “.02M 1kV” oznacza 0.02 mikrofaradów, “M” – oznacza tu tolerancję 20%, a “1kV” oznacza, że kondensator wytrzymuje naładowanie do napięcia 1000V.

Napis: “560M 1kV” oznacza 560pF o tolerancji 20% i napięcie 1kV.

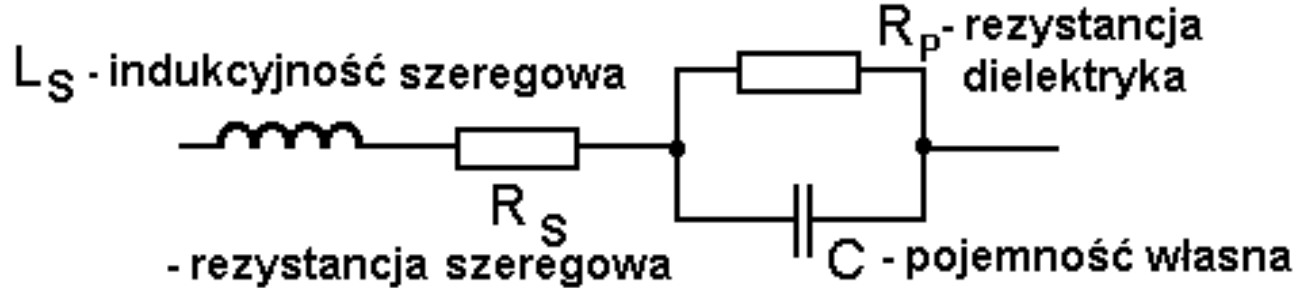
Napis: “101k 200V” oznacza 100pF i kondensator na 200V.

Kody tolerancji: Z - +80%, -20%, M - ±20%, K - ±10%, J - ±5%, G - ±2%, F - ±1%,
D - ±0.5%, C - ±0.25%, B - ±0.1%, A - ±0.05%, N - ±0.02%.

Spotykamy i stosujemy kondensatory o różnej budowie. Np. kondensatory Mylarowe (mailarowe) występują w postaci długich, zwiniętych folii metalowych oddzielonych folią z mylaru. Znak paska oznacza końcówkę folii zewnętrznej. Kondensatory te nie nadają się do pracy w układach wysokiej częstotliwości, gdyż długie zwinięte folie stanowią zbyt dużą indukcyjność dla napięć w. cz.. Kondensatory ceramiczne wyglądają jak płaskie kostki lub dyski (“lizaki”) i w przeciwieństwie do kondensatorów mylarowych dobrze pracują w układach wysokiej częstotliwości. Kondensatory ferroelektryczne: tanie i o dużej pojemności, są nieprecyzyjne i stosowane do odsprzęgania i filtracji. Ogólnie produkowane są kondensatory o pojemnościach od 0,1pF do około 5F w szeregach E6 i E12. **Największe dostępne** obecnie pojemności to kondensatory UltraCap (super kondensatory do 2600F na 2,7V). Mogą kompensować znaczną oporność wewnętrzną akumulatorów, zwłaszcza zimą (mamy tu zwiększenie mocy – czyli zwiększenie szybkości dostępu do znacznej energii). Pokazano przydatność układu super kondensatorów (o pojemnościach 60 do 450F/13,8V) do rozruchu silników samochodowych i autobusowych (w tym silników Diesel). Oferowane są moduły o pojemnościach rzędu 100F na napięcia rzędu setek Volt. Zmiana napięcia o 1V w ciągu sekundy na takim kondensatorze oznacza natężenie prądu rzędu 100A! (Bo 100 C na pojemności 100F zmienia napięcie tylko o 1V, $U=Q/C$). Łącząc taki kondensator równolegle z akumulatorem mamy urządzenie zdolne do gigantycznych impulsów prądu.

Kondensatory.

Schemat zastępczy →
Widać, że kondensator sam może być dzielnikiem napięcia i dzielnikiem prądu.



(Istota schematu zastępczego staje się bardziej zrozumiała po omówieniu filtrów RLC).

Przy stosowaniu kondensatorów należy dokonać przemyślanego wyboru, gdyż mają one zalety i wady oraz rozmaitej wielkości L_S , R_S i R_P . Kilka przykładów poniżej:

1) **Kondensatory teflonowe.** To kondensatory wysokiej jakości i najmniejszej absorpcji dielektrycznej i upływności. Odporność na podwyższone temperatury, duża stabilność i dokładność. Pojemności od 1nF do kilku μF . Napięcia 50-200 V.

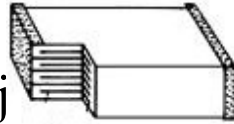
2) **Kondensatory ceramiczne.** A) Jako rurkowe mają pojemności od 0,5 pF do 100 pF (50 do 30000V), są produkowane z różnymi pożądanymi współczynnikami temperaturowymi w zakresie od -1500 do $+150$ ppm/K co pozwala na kompensowanie efektów temperaturowych np. w obwodach rezonansowych. B) Jako płaskie ferroelektryczne lub półprzewodnikowe mają dużą pojemność i są tanie ale nieprecyzyjne i niestałe, mogą być stosowane do filtracji (zwierania do masy składowych zmiennych napięcia).

3) **Kondensatory foliowe** (z tworzyw sztucznych). A) Jako polistyrenowe, 10 pF - 1 μF , 100 - 600V (o oznaczeniach KSF lub KS) są dość stabilne i precyzyjne, mają mały ujemny współczynnik temperaturowy, bardzo małą upływność, ich pojemność nie zależy od częstotliwości. Stosowane są w filtrach LC w telekomunikacji. B) Jako poliwęglanowe (MKC) mają upływność, są precyzyjne i stałe temperaturowo, przy znacznych pojemnościach 100pF do 30 μF (50 - 800V) mają małe rozmiary.

C) Jako polipropylenowe, 100pF do 50 μF , 100 – 800 V (KMP, KFMP, MKP) są precyzyjne, mają bardzo małą upływność, małe straty dielektryczne, wykazują stosunkowo dobrą stabilność temperaturową, są stosowane w układach impulsowych.

D) Jako poliestrowe (MKSE, MKT) od 1 nF do 50 μF (50 – 600V) niestabilne temperaturowo ale są tanie i bardzo popularne .

4) **Elektrolityczne aluminiowe.** W tych kondensatorach jedną z elektrod jest elektrolit a drugą folia aluminiowa pokryta tlenkiem aluminium. Taka konstrukcja zapewnia dużą pojemność od 0,1 μF do 1,6 F (3 do 600V) lecz niestety są polaryzowane (na końcówce oznaczonej znakiem „+” nie może pojawić się niższy potencjał niż na drugiej końcówce, w przeciwnym razie grozi eksplozją). Poważną wadą kondensatorów elektrolitycznych jest ich krótki czas życia. Kondensatory elektrolityczne są bardzo nieprecyzyjne stosowane są w



5) **Kondensatory tantalowe.** To kondensatory o małej indukcyjności własnej (zatem dobrze zwierają sygnały w.cz.). Pojemności od 100 nF do 1 mF (6 – 100 V). Niestety ich dokładność i stałość pojemności przy zmianach temperatury jest kiepska, a ponadto są polaryzowane. Są jednak trwalsze od kondensatorów elektrolitycznych aluminiowych.

6) **Kondensatory próżniowe** są stosowane w nadajnikach, 1pF – 10 nF, 2 kV – 36 kV, mają bardzo małą upływność.

7) Kondensatory dwuwarstwowe 0,1 F – 10 F, 1,5 – 6 V, mają kiepską stałość temperaturową i kiepską dokładność, ale mają małą upływność i są stosowane do podtrzymania zawartości pamięci.

Kondensatory i solenoidy (cewki) w obwodach elektrycznych.

Włączenie kondensatora lub/i cewki do obwodu elektrycznego pociąga za sobą pojawienie się nowych zjawisk. Mogą to być długotrwałe stany nieustalone w obwodach ze źródłami stałymi napięć i prądów. W obwodach prądu zmiennego będą to różne reakcje na wymuszenia o różnych częstotliwościach.



Kondensatory w obwodach elektronicznych, podobnie jak oporniki i cewki są elementami biernymi, nie mogą wzmacniać (zwiększać moc) sygnału elektrycznego. Kondensator jest dwójnikiem (dwa zaciski) i składa się z dwóch okładzin metalowych o dużej powierzchni odizolowanych dielektrykiem o dużej przenikalności elektrycznej. Stosowane konstrukcje i materiały są rozmaite i nadal ulepszane. Kondensatory, podobnie jak rezystory należą do grupy podstawowych elementów elektroniki. Ładunek i napięcie na idealnym kondensatorze spełniają następujący związek:

$$Q = CU.$$

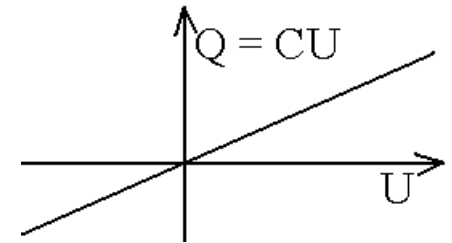
Różniczkując obie strony „po czasie” otrzymujemy $dQ/dt = CdU/dt$. dQ/dt jest oczywiście prądem I .

Z równości

$$I = CdU/dt$$

widać, że stały prąd (ładowania) oznacza stałe tempo zmian napięcia na kondensatorze. Prąd jest wprost proporcjonalny nie do napięcia, jak dla opornika, lecz do szybkości jego zmian. Brak proporcjonalności między wartościami chwilowymi napięcia i prądu wyklucza zastosowanie prawa Ohma w dziedzinie liczb rzeczywistych. Dla amplitud lub wartości skutecznych jednak prawo Ohma obowiązuje, a prawa Kirchhoffa NIE!!!

Okazuje się, że dla wartości chwilowych pochodną można zastąpić mnożeniem w sytuacji, gdy mamy do czynienia z przebiegami sinusoidalnymi i ich zapisem w dziedzinie liczb zespolonych.



Gdy kondensator znajdzie się w obwodzie, w którym prądy i napięcia są periodyczne i wyrażalne funkcjami sinusoidalnymi jak np. $E = E_m \cos(\omega t + \varphi)$ (funkcje takie możemy traktować jako części rzeczywiste periodycznych funkcji zespolonych jak np. $\mathbf{E} = E_m e^{j(\omega t + \varphi)}$) to z relacji między prądem i napięciem:

$$\mathbf{I} = C d\mathbf{U}/dt$$

wynika, że dla prądów zmiennych impedancja kondensatora czyli współczynnik („proporcjonalności”) między prądem i napięciem wyraża się funkcją zespoloną:

$$\mathbf{Z}_c = \mathbf{X}_c = 1/j\omega C.$$

W elektrotechnice i elektronice $j = (-1)^{0.5}$. Podstawiając zespoloną postać napięcia: $\mathbf{U} = U_m e^{j(\omega t + \varphi)}$ do wyrażenia $\mathbf{I} = C d\mathbf{U}/dt$ otrzymujemy: $\mathbf{I} = j\omega C \mathbf{U}$, a z tego mamy: $\mathbf{U} = \mathbf{I} / j\omega C$, czyli: $\mathbf{U} = (1/j\omega C) \mathbf{I}$, albo krócej: $\mathbf{U} = \mathbf{X}_c \mathbf{I}$.

Wyrażenie: $U = X_C I$ jest prawem Ohma dla kondensatora zapisanym przy pomocy funkcji zespolonych! Mamy to dzięki faktowi, że operator różniczkowania działając na $e^{j\omega t}$ daje tyle co proste pomnożenie przez stałą (tj. współczynnik przy t wykładnika w $e^{j\omega t}$)* . W dziedzinie liczb zespolonych mnożenie daje, oprócz zmiany modułu, również obrót wektora! Wielkość $1/j\omega C$ nazywamy reaktancją (lub impedancją) kondensatora. Zespolony spadek napięcia na idealnym kondensatorze jest iloczynem zespolonego natężenia prądu i impedancji X_C (czysto urojonej).

Istotną wadą rzeczywistych kondensatorów jest ich upływność i tzw. straty w dielektryku a dla prądów o wysokiej częstotliwości dodatkowy problem stanowi indukcyjność doprowadzeń i okładek.

* Do zamiany równań różniczkowo-całkowych na równania algebraiczne w wielu dziedzinach techniki stosowana jest transformata Laplace'a. W bieżącym (1-semestrowym) wykładzie ograniczamy się do stosowania liczb zespolonych.

Cewki indukcyjne. Modelem indukcyjności jest cewka, czyli też element z dwoma zaciskami – dwójnik. Ze względu na rodzaj rdzenia wyróżniamy cewki: ferrytowe, metalowe, powietrzne. Indukcyjność ma taką własność, że prędkość zmian istniejącego w niej prądu jest proporcjonalna do panującego na niej napięcia.

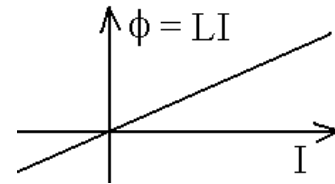
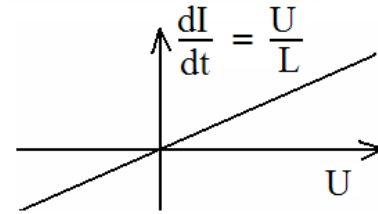
$$dI/dt = U/L \rightarrow U = L dI/dt$$

Stałe napięcie wymusza stały wzrost prądu w cewce. Z takiej relacji między prądem a napięciem wynika, że impedancja cewki dla prądów zmiennych wyraża się funkcją zespoloną w postaci:

$$Z_L = X_L = j\omega L$$

co łatwo sprawdzić podstawiając $I = I_0 e^{j\omega t}$ do $U = L dI/dt$. Po podstawieniu dostajemy prawo Ohma: $U = j\omega L I = X_L I$.

Oznacza to, że nie występuje tu proporcjonalność między chwilowymi wartościami napięcia i prądu. Zachodzi jednak proporcjonalność między wartościami skutecznymi lub amplitudami (tj. modułami czyli wartościami maksymalnymi, ale pojawiającymi się niejednocześnie - *występuje przesunięcie fazowe*). Jak widać dla indukcyjności i pojemności współczynniki X_L i X_C są czysto urojone zatem wektory prądu i napięcia tworzą kąt prosty. To oznacza, że iloczyn skalarny $U \cdot I$ - moc tracona w idealnym kondensatorze lub indukcyjności jest zerem! Ten fakt odróżnia kondensatory i cewki od rezystorów. W rzeczywistości mamy do czynienia ze stratami mocy w dielektryku kondensatora i rdzeniu cewki. W obwodach LC dominujące są jednak straty mocy na rezystancji uzwojenia cewki. Zachowanie się cewek i kondensatorów zależy od częstotliwości sygnału elektrycznego bo impedancje X_L i X_C zależą od ω . („Dławik” to duża indukcyjność pełniąca rolę dużej impedancji dla prądów zmiennych)



Szeregowy obwód RLC.

Stosując napięciowe prawo Kirchhoffa do pojedynczego „oczka” na rysunku obok, możemy napisać równanie:

$$u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t)$$

Przykładając sinusoidalne napięcie:

$u(t) = U_m e^{j(\omega t + \varphi)}$ musimy otrzymać:

$i(t) = I_m e^{j(\omega t + \psi)}$ (periodyczna przyczyna

to i periodyczny skutek).

Wstawmy zatem do równania obwodu wyrażenie: $i(t) = I_m e^{j(\omega t + \psi)}$. Otrzymamy:

$$U_m e^{j(\omega t + \varphi)} = R I_m e^{j(\omega t + \psi)} + (1/C) \int I_m e^{j(\omega t + \psi)} dt + L d(I_m e^{j(\omega t + \psi)})/dt.$$

$$U_m e^{j(\omega t + \varphi)} = R I_m e^{j(\omega t + \psi)} + (1/j\omega C) I_m e^{j(\omega t + \psi)} + j\omega L I_m e^{j(\omega t + \psi)}$$

$$U_m e^{j(\omega t + \varphi)} = I_m e^{j(\omega t + \psi)} (R + 1/j\omega C + j\omega L)$$

$$U_m e^{j(\omega t + \varphi)} = I_m e^{j(\omega t + \psi)} (R + j(\omega L - 1/\omega C)) \rightarrow \mathbf{U} = \mathbf{I} \mathbf{Z} \text{ czyli:}$$

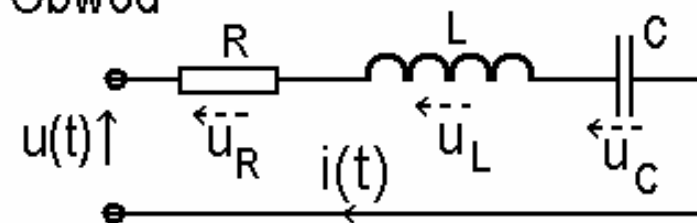
$$U_{\text{Zespolone napięcie}} = I_{\text{Zespolony prąd}} (R + j(\omega L - 1/\omega C))_{\text{Zespolona impedancja}}$$

Zespolona impedancja szeregowo połączonych R, L i C ma zatem postać: $\mathbf{Z} = R + j(\omega L - 1/\omega C) = R + j(X_L - X_C) = \mathbf{R} + \mathbf{X}$, możemy też

zapisać: $\mathbf{Z} = \mathbf{R} + \mathbf{X}_L + \mathbf{X}_C$, $\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3$. Ponadto $\mathbf{U} = \mathbf{I} \mathbf{Z}$ po

rozniesieniu: $\mathbf{U} = \mathbf{I} \mathbf{Z} + \mathbf{I} \mathbf{Z} + \mathbf{I} \mathbf{Z}$ opisuje dzielnik napięcia

Obwód



Równanie obwodu

$$u(t) = Ri(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt + L \frac{di(t)}{dt}$$

Dzielniki napięcia zawierające elementy typu C lub L

dziela napięcie zależnie od częstotliwości oraz zmieniają kształt sygnału (sygnał wyjściowy jest inny od wejściowego) chociaż są to elementy liniowe!

Dla układów R L C obowiązuje uogólnione prawo Ohma:

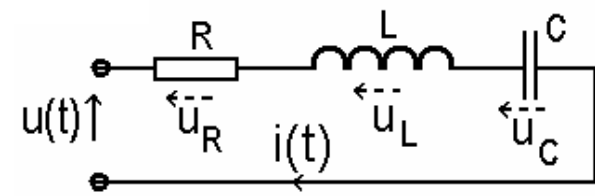
$$\mathbf{U} = \mathbf{I} \cdot \mathbf{Z}, \quad \mathbf{I} = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{U}. \quad (\mathbf{Y} = 1/\mathbf{Z}, \quad \mathbf{Z} - \text{impedancja}, \quad \mathbf{Y} - \text{admitancja})$$

gdzie wszystkie wielkości są wyrażane w postaci zespolonej.

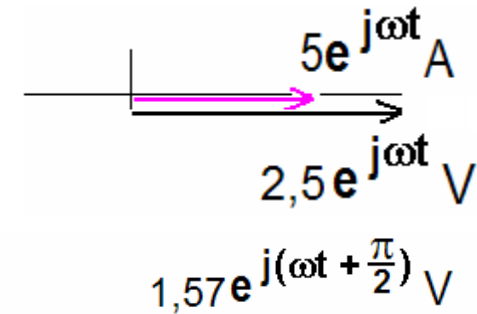
Obliczanie wypadkowej impedancji \mathbf{Z}_w dla układu złożonego z elementów $\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2, \dots, \mathbf{Z}_n$, odbywa się podobnie jak obliczanie wypadkowej rezystancji układu złożonego z elementów R_1, R_2, \dots, R_n . Różnicę daje tylko samo zastosowanie liczb zespolonych.

Należy pamiętać, że rzeczywistą wartością chwilową napięcia jest: $U(t) = \text{Re}(\mathbf{U}(t))$. Rzeczywistą wartością chwilową prądu jest odpowiednio: $I(t) = \text{Re}(\mathbf{I}(t))$. Impedancję wyrażamy jako: $\mathbf{Z} = \mathbf{R} + \mathbf{X}$ (zawada = oporność czynna + oporność bierna), gdzie: $\mathbf{X} = \mathbf{X}_L + \mathbf{X}_C$, $\mathbf{X}_L = j\omega L$ i $\mathbf{X}_C = 1/j\omega C$. R jest rezystancją, a $j\omega L$ i $1/j\omega C$ nazywamy reaktancjami, opornościami biernymi. Admitancje to (odwrotności impedancji) $\mathbf{Y} = 1/\mathbf{Z} = \mathbf{G} + j\mathbf{B}$, $\mathbf{G} = 1/\mathbf{R}$ - konduktancja, $\mathbf{B} = 1/\mathbf{X}$ - susceptancja, $\mathbf{Y}_C = j\omega C$, $\mathbf{Y}_L = 1/j\omega L$. Jednostką admitancji jest Simens $1\text{S} = 1/\Omega$.

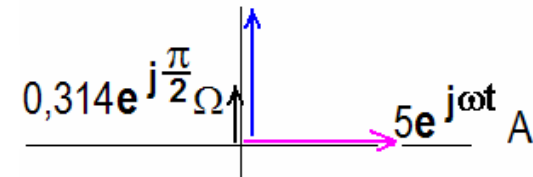
Przykład. Wiedząc, że w układzie obok jest prąd zmienny o natężeniu $I = 5\cos\omega t$ A, $\omega = 2\pi 50$ rad/s = 314 rad/s, $R = 0,5\Omega$, $L = 1$ mH, $C = 4$ mF, obliczyć wszystkie napięcia.



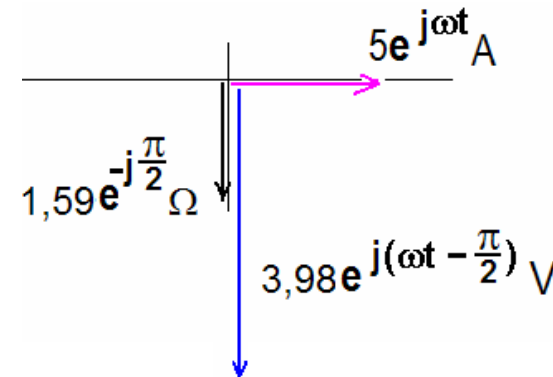
Rozw. $U_R = IR = (5\cos\omega t \text{ A})(0,5 \Omega) = 2,5\cos\omega t$ V, lub
 $U_R = [5(\cos\omega t + j\sin\omega t) \text{ A}](0,5 \Omega) = 2,5(\cos\omega t + j\sin\omega t)$ V,
 albo: $U_R = (5e^{j\omega t} \text{ A})(0,5 \Omega) = 2,5e^{j\omega t}$ V



$U_L = IX_L = I(j\omega L) = [5(\cos\omega t + j\sin\omega t) \text{ A}](j0,314 \Omega) =$
 $1,57(-\sin\omega t + j\cos\omega t) \text{ V} = 1,57[\cos(\omega t + \pi/2) + j\sin(\omega t + \pi/2)] \text{ V}$, albo $U_L = 5e^{j\omega t} 0,314e^{j\pi/2} \text{ A}\Omega = 1,57e^{j(\omega t + \pi/2)}$ V.



$U_C = IX_C = I(1/j\omega C) = I(-j/\omega C) = I(-j/1,26) 5e^{j\omega t} 0,796e^{-j\pi/2}$
 $= 3,98e^{j(\omega t - \pi/2)}$ V



$U = U_R + U_L + U_C$, dla chwili $t = 0$ $U = 2,5 \text{ V} + 1,57[j\sin(0 + \pi/2)] \text{ V} + 3,98[j\sin(0 - \pi/2)] \text{ V} = [2,5 + j1,57 - j3,98] \text{ V} = 2,5 \text{ V} - j 2,41 \text{ V}$. $\text{Arctan}(-2,41/2,5) = -0,767$ rad.

$$\mathbf{U} = 3,47 e^{j(\omega t - 0,767)} \text{ V}$$

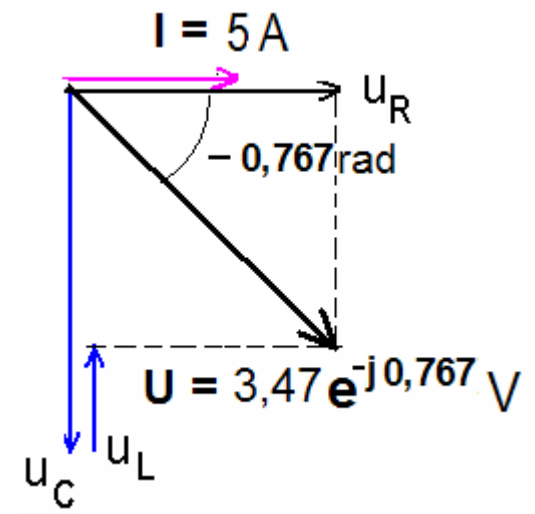
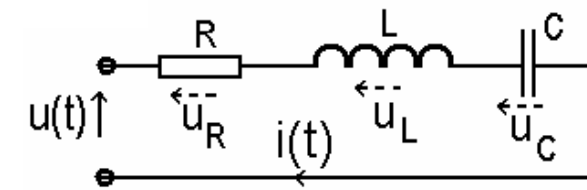
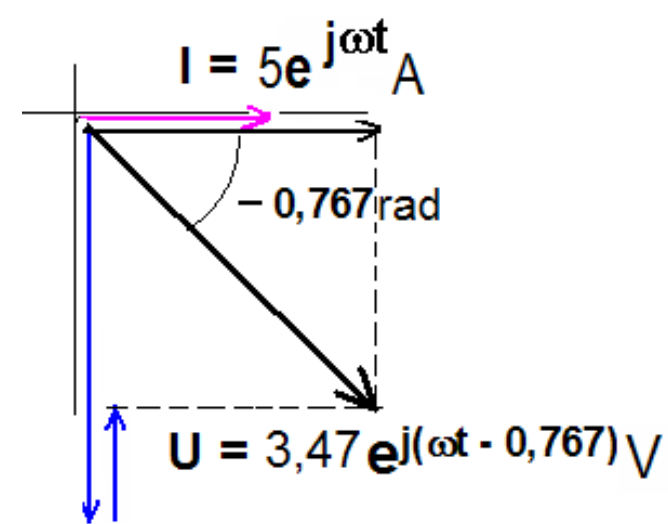
graficzna ilustracja tego wyniku : ->

Wykresy wskazowe

Wskaz (ang. phasor) jest liczbą zespoloną $Ae^{j\Phi}$ i wektorem na płaszczyźnie zespolonej reprezentującym sinusoidalny przebieg $A\cos(\omega t + \Phi)$.

Np. $\mathbf{u}(t) = U_{\max} \cos(\omega t + \Phi) = \text{Re}[U_{\max} e^{j(\omega t + \Phi)}] = \text{Re}[U_{\max} e^{j\Phi} e^{j\omega t}]$. Wskazem jest tu $U_{\max} e^{j\Phi}$ (i bywa zapisywane jako: $U_{\max} \angle \Phi$) czyli zespolona postać napięcia \mathbf{U} w pewnej dogodnej chwili t (zwykle $t = 0$).

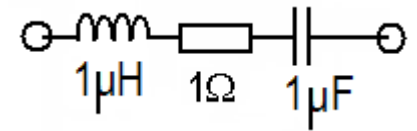
Zatem wykres wskazowy do poprzedniego przykładu można przedstawić jak obok:



Przykład 1. Obliczyć zawadę układu.

Rozw.

$$\mathbf{Z} = X_L + R + X_C = R + j\omega L - j/\omega C = \\ 1\Omega + j(\omega 10^{-6} - 1/\omega 10^{-6})\Omega.$$

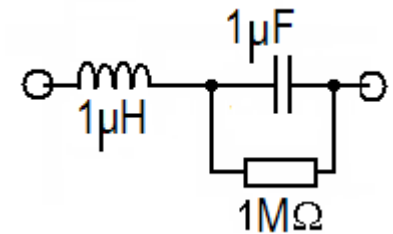


Przykład 2. Obliczyć zawadę układu.

Rozw. $\mathbf{Z} = X_L + X_C R / (R + X_C) =$

$$j\omega L - j(R/\omega C) / (-j/\omega C + R) =$$

$$j\omega 10^{-6} \Omega + j / (10^{12}/\omega) / (10^6 - j10^6/\omega).$$



Przykład. Narysować wykres wskazowy dla układu RLC, jak na rysunku, zasilanego napięciem sinusoidalnym o częstotliwości kątowej $\omega = 1000 \text{ rad/s}$ i amplitudzie 2 V .

Rozwiązanie. Postać zespolona U_{we} to $2 e^{j(\omega t + \varphi)}$ [V]

Prąd z zasilacza ulega rozgałęzieniu na I_C i I_{RL} . Natomiast napięcie U_{we} panuje na zaciskach pojemności C oraz układu LR , dlatego do wykreślenia wykresu wskazowego wybierzemy chwilę, gdy to wspólne napięcie U_{we} osiąga maksimum swej składowej rzeczywistej, tj. gdy pokrywa się z osią rzeczywistą układu współrzędnych. Musimy narysować wektory: U_{we} , U_C , U_L , U_R , U_{RL} , I , I_C i I_{RL} dla dowolnej, wybranej chwili np. $U_{we} = (2 + j0)$ [V]. Oczywiście U_C i U_{RL} już mamy bo $U_C = U_{RL} = U_{we}$.

$$I_C = \frac{U_{we}}{X_C} \text{ dla wybranej chwili } I_C = \frac{2 \text{ V}}{1/j\omega C} = j0,2 \text{ [A]}$$

$$I_{RL} = \frac{U_{we}}{Z_{RL}} = \frac{2 \text{ V}}{R + j\omega L} = \frac{2(R - j\omega L)}{R^2 + \omega L^2} \approx (0,038 - j0,19) \text{ [A]}$$

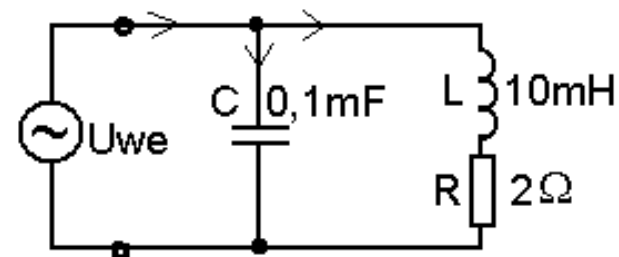
$$I = I_C + I_{RL} = (0,038 + j0,01) \text{ [A]}$$

$$U_R = I_{RL} R = (0,076 - j0,38) \text{ [V]}$$

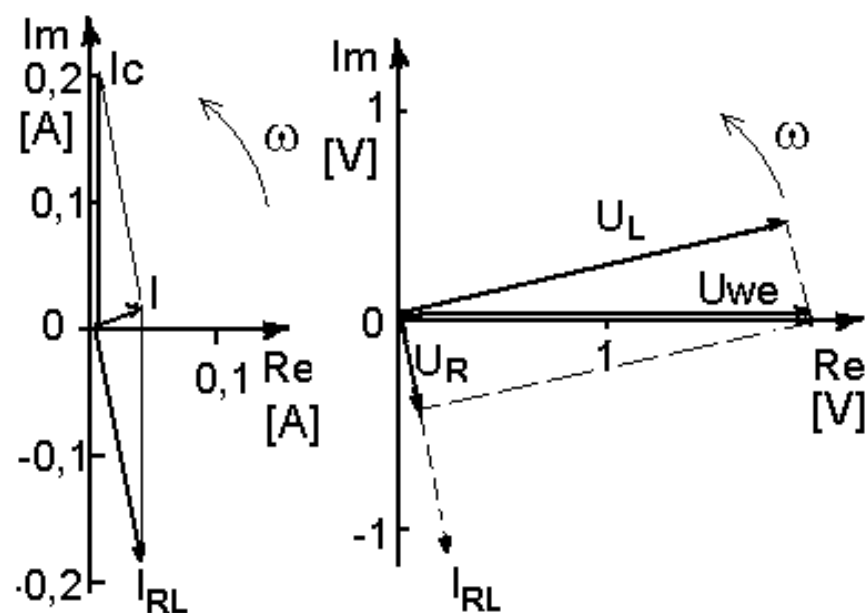
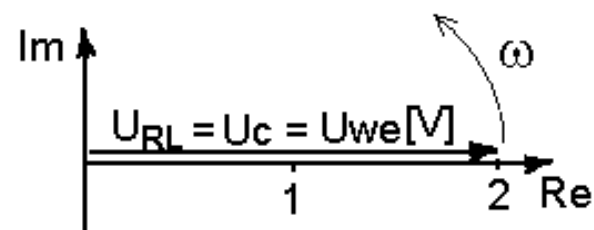
$$U_L = I_{RL} X_L = (0,038 - j0,19)j\omega L = (1,9 + j0,38) \text{ [V]}$$

Uzyskane wykresy wskazowe obrazują wzajemne relacje między poszczególnymi wielkościami zespolonymi.

Z biegiem czasu oczywiście układ wektorów (sztywno) wiruje wokół początku układu współrzędnych z częstotliwością kątową ω . To co mierzymy to oscylujące składowe rzeczywiste tych wirujących wektorów.



$$U_{we} = U_C = U_{RL}$$

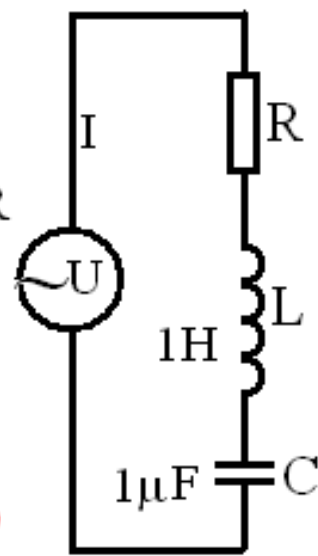


Przykład. Dobrać wartość oporności R tak aby dla napięcia U o częstotliwości rezonansowej dla szeregowego układu (jak na rysunku) uzyskać 100-krotne przebiegnięcia na kondensatorze i indukcyjności tj. $|U_C| = 100 \times |U|$

Rozwiązanie: W rezonansie mamy minimum impedancji $Z = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} = R$

To znaczy, że: $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ i $|U_L| = |U_C|$ oraz $U = U_R$

Wykres wskazowy dla rezonansowej wartości $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ może wyglądać tak:



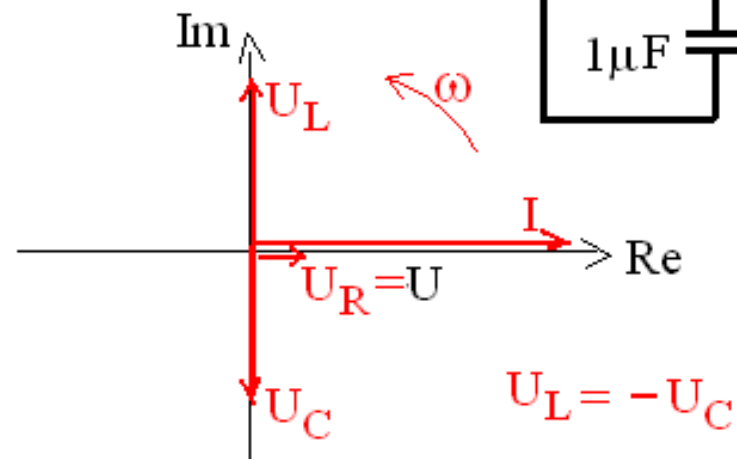
$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R} \quad |U_L| = |I|\omega L = \frac{|U|}{R} \frac{1}{\sqrt{LC}} L = \frac{|U|}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Podobnie $|U_C| = \frac{|U|}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$

Aby otrzymać $|U_L| = 100 \times |U|$

$$\text{tj. } \frac{|U|}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = 100 |U| \implies R = \frac{1}{100} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Gdy $L = 1\text{H}$ i $C = 1\mu\text{F}$ to $R = \frac{1}{100} \sqrt{\frac{1}{10^{-6}}} \Omega = 10 \Omega$



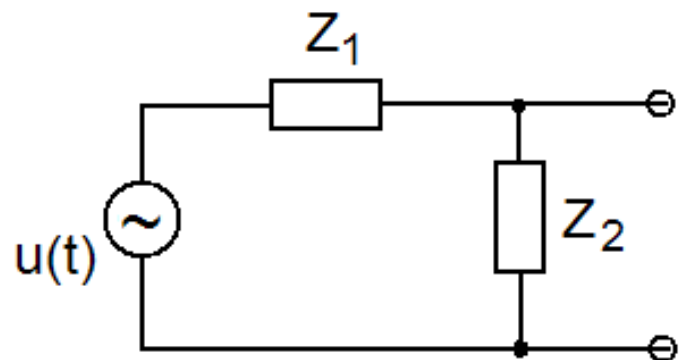
Przykład 1. Znajdź zastępczy układ Thevenina podanego układu.

Rozw. Z punktu widzenia zacisków: $Z_1 \parallel Z_2$,
Jeżeli Z_1 i Z_2 są równoległe to Z_T obliczymy
ze wzoru na zastępczą impedancję połączenia
równoległego:

$$Z_T = \frac{Z_1 \times Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{5\Omega \times j10\Omega}{5\Omega + j10\Omega} = \frac{500 + j250}{125} \Omega = (4 + j2)\Omega$$

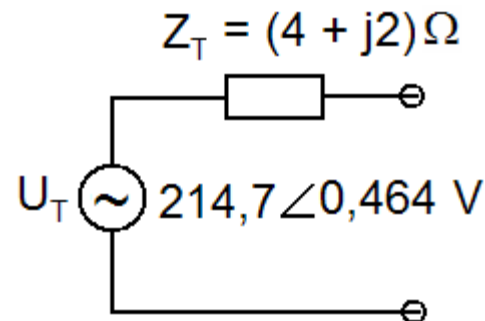
$$U_T = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} u(t) = \frac{j10\Omega}{5\Omega + j10\Omega} 240 \angle 0 = \frac{10 \angle \frac{\pi}{2}}{11,18 \angle 1,107} 240 \angle 0 = 214,7 \angle 0,464 \text{ V}$$

$$U_T = 214,7 \cos(314t + 0,464) \text{ V}$$



$$u(t) = 240 \cos(314t) \text{ V}$$

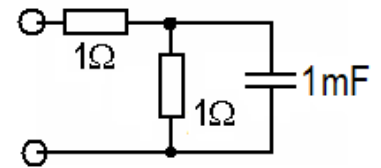
$$Z_1 = 5\Omega, \quad Z_2 = j10\Omega$$



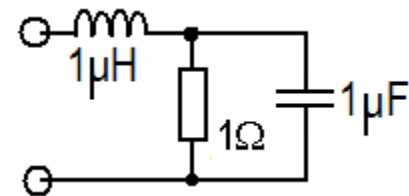
Elektronika lista zadań 03

1. Spadki napięć na szeregowo połączonych rezystorze i kondensatorze są równe i wynoszą 5 V. Oblicz całkowite napięcie przyłożone do układu RC oraz różnice faz między prądem i wszystkimi napięciami.
2. Do indukcyjności $L = 1 \text{ mH}$ i rezystancji 1Ω należy dołączyć szeregowo kondensator tak aby uzyskać rezonans dla częstotliwości 1MHz. Oblicz pojemność kondensatora oraz stosunek napięć U_C/U , U_L/U .

3. Obliczyć zawadę układu dla częstotliwości kątowej (pulsacji) 1rad/s i 1krad/s. Obliczyć różnicę faz między przyłożonym napięciem a prądem w tym układzie.



4. Oblicz zawadę układu dla pulsacji 1rad/s i 1Mrad/s. Oblicz różnicę faz między napięciem i prądem w tym układzie.



5. Obliczyć wartości przepięcia w rezonansie układu dla $R = 1 \Omega$, i $R = 0,1 \Omega$ przy zasilaniu napięciem o amplitudzie 1V.

