



Uniwersytet
Wrocławski

**Wydział Fizyki
i Astronomii**
Instytut Fizyki Doświadczalnej

pl. M. Borna 9
50-204 Wrocław
tel. +48 71 375 93 02, +48 71 328 73 65
fax +48 71 328 73 65
e-mail: sekr@ifd.uni.wroc.pl
www.ifd.uni.wroc.pl

Elektronika (konspekt)

Franciszek Gołek (golek@ifd.uni.wroc.pl)

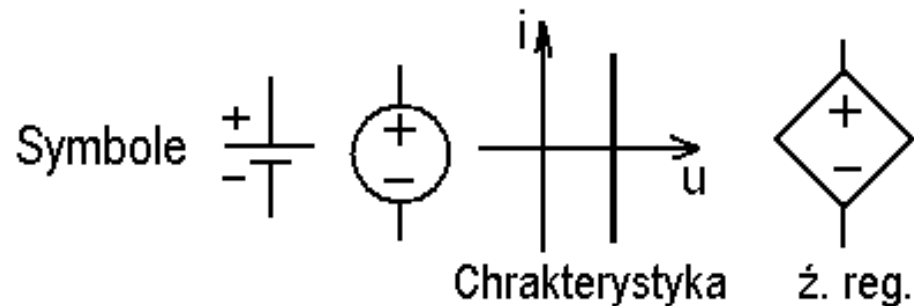
www.pe.ifd.uni.wroc.pl

Wykład 02

Analiza obwodów prądu stałego

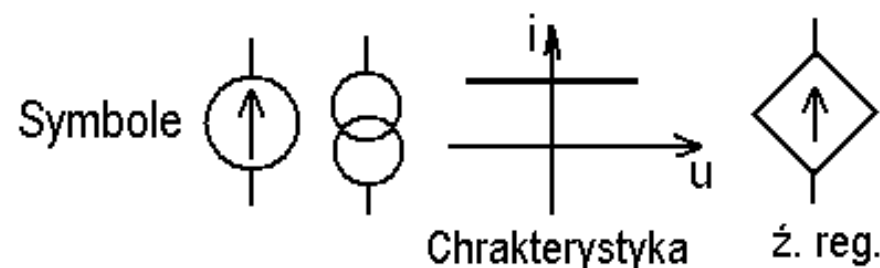
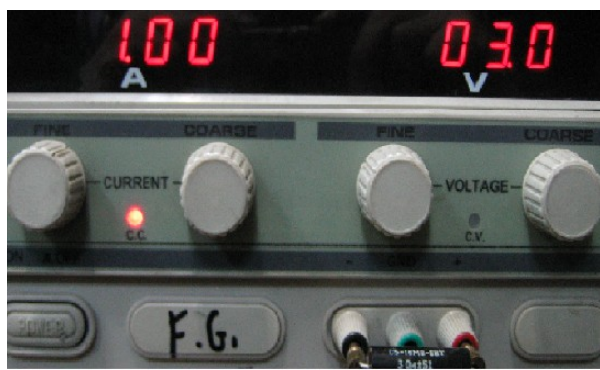
Źródło napięciowe

Idealne źródło napięciowe jest dwójnikiem, na którego zaciskach występuje stała różnica potencjałów niezależnie od natężenia i kierunku prądu. W szczególności napięcie takiego źródła nie zależy od wartości rezystancji obciążenia. Rzeczywiste źródło napięciowe zachowuje się jak idealne źródło napięciowe z szeregowo połączonym rezystorem o małej wartości rezystancji. Ogniwo elektryczne, baterię, akumulator można uważać za przybliżone źródła napięciowe.



Źródło prądowe

Idealne źródło prądowe jest dwójnikiem, który wymusza prąd o stałym natężeniu w dołączonym obwodzie, niezależnie od wartości napięcia na jego zaciskach. Rzeczywiste źródło prądowe charakteryzuje się pewną graniczną wartością napięcia wyjściowego a wydajność prądowa jest tylko w przybliżeniu stała.



Źródła sterowane

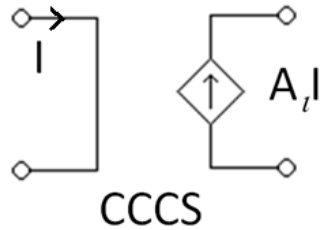
Obok źródeł niezależnych, których parametry nie zależą od napięć i prądów w innych elementach danego obwodu elektrycznego (a nawet od obciążenia tego źródła) istnieją źródła sterowane, zwane też źródłami zależnymi, kontrolowanymi lub regulowanymi.

W takim przypadku napięcie lub prąd źródła zależy od napięcia lub prądu w innym elemencie obwodu elektrycznego. Takie źródła oznaczane są symbolem „diamentu” (\diamond). Czasem przy analizie układów wygodnie jest zastąpić takim źródłem aktywny element obwodu jakim jest np. tranzystor.

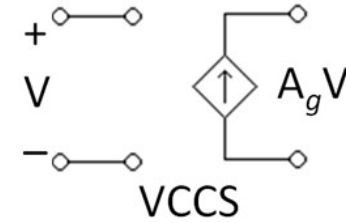
Źródła sterowane

Symbole:

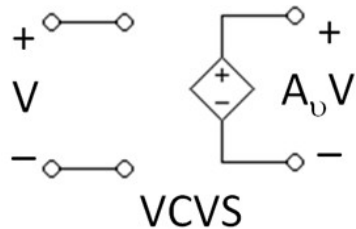
źródło prądowe sterowane prądem



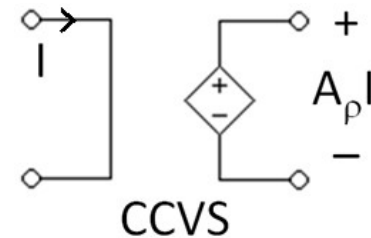
źródło prądowe sterowane napięciem



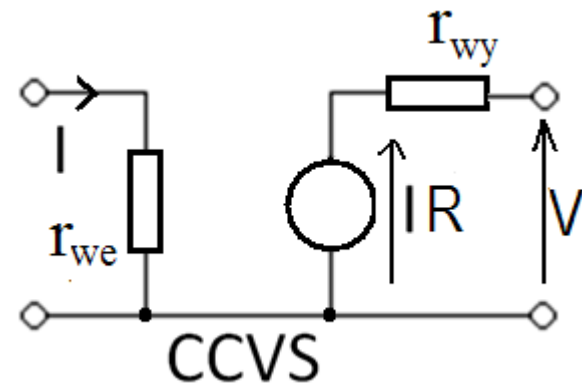
źródło napięciowe sterowane napięciem



źródło napięciowe sterowane prądem



Symbole mogą zawierać więcej szczegółów: _



Podział elementów obwodów elektrycznych na pasywne i aktywne.

Elementy aktywne – są to elementy mające zdolność dostarczania energii elektrycznej do obwodu elektrycznego.

Zaliczamy do nich między innymi źródła napięciowe i prądowe.

Elementy pasywne – są to elementy, które rozpraszają energię elektryczną (zamieniając ją na inny rodzaj energii np. na ciepło) lub mają zdolność magazynowania energii w postaci pola elektrycznego (kondensatory) lub magnetycznego (indukcyjności).

Kierunek przepływu energii

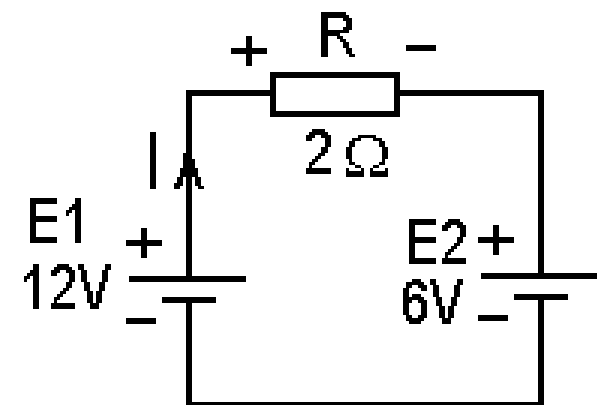
W obwodach elektrycznych dwójnik oddaje energię, gdy prąd wypływa z jego zacisku o wyższym potencjale elektrycznym, natomiast pobiera energię, gdy prąd wpływa do tego zacisku.

Na rys. obok prąd $I = (E1 - E2)/R = 3 \text{ A}$ ma kierunek zgodny ze strzałką. Widać, że źródło $E1$

traci moc $P1 = I E1 = 36 \text{ W}$, źródło napięcia $E2$

przyjmuje i magazynuje moc $P2 = 18 \text{ W}$, a rezystor

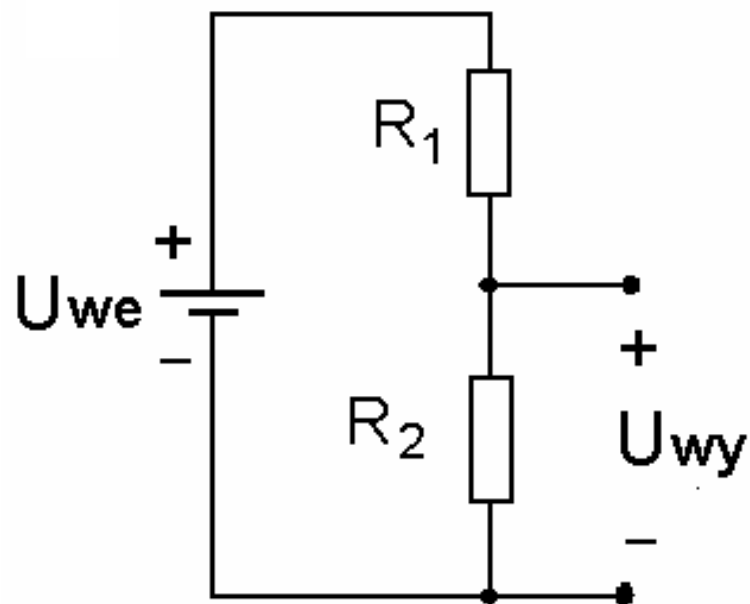
R pobiera i rozprasza moc $P3 = I^2 R = 18 \text{ W}$.



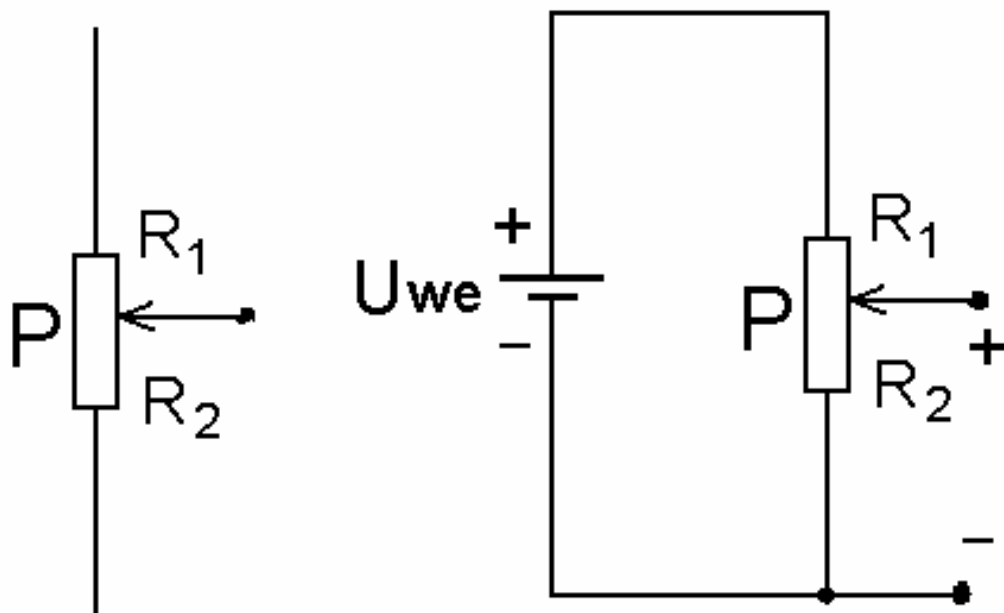
Dzielnik napięcia

Jest to układ, którego napięcie wyjściowe jest ściśle określoną częścią napięcia wejściowego. Jest podstawą do zrozumienia działania wielu układów elektronicznych. Dla dzielnika bez obciążenia na jego wyjściu (jak na rysunku) w opornikach R_1 i R_2 mamy taki sam prąd. Napięcie wyjściowe, czyli napięcie na zaciskach R_2 , jest równe $U_{wy} = U_{we} R_2 / (R_1 + R_2)$. U_{wy} jest taką częścią U_{we} jaką R_2 jest częścią sumy $R_1 + R_2$. Zatem zmiany R_2 lub R_1 lub obu rezystorów zmieniają U_{wy} .

Dzielnik napięcia



Potencjometr też dzielnik



ANALIZA OBWODÓW ELEKTRYCZNYCH

Do najczęściej stosowanych metod analizy obwodów elektrycznych zaliczamy następujące metody.

1. Metoda uproszczeń.
2. Metoda superpozycji.
3. Metoda stosowania twierdzeń Thevenina i Nortona.
4. Metoda oczkowa, zwana też metodą prądów oczkowych (preferowane są układy zawierające źródła napięciowe).
5. Metoda węzłowa, zwana też metodą napięć węzłowych jest najczęściej stosowana (preferowane są układy zawierające źródła prądowe).
6. Metoda ogólna - polega na zastosowaniu kilku powyższych metod.
7. Metoda małosygnałowa.
8. Metoda graficzna. Stosowana jest szczególnie w przypadku układów zawierających elementy nieliniowe.

W powyższych metodach stosowane są: prawa Kirchoffai, prawo Ohma, intuicja i dążenie do uzyskania pełnego układu równań niezależnych. W większości metod przed przystąpieniem do układania równań konieczne jest tzw. strzałkowanie napięć i prądów by składniki równań były zapisywane ze zgodnymi znakami. Czasem duże ułatwienie przynosi zamiana źródeł prądowych na równoważne źródła napięciowe lub odwrotnie.

Metoda uproszczeń (transfiguracji).

Polega na stopniowym uproszczeniu układów przez wyznaczanie impedancji lub konduktancji zastępczej fragmentów układu. Jest to metoda intuicyjna.

Przykład. Stosując stopniowe uproszczenia układu obliczyć prądy w podanym układzie:

Rozwiązanie.

W pierwszym kroku obliczamy rezystor zastępczy dla trzech rezystorów po $3\ \Omega$ równolegle ze sobą połączonych:

$$R_{Z1} = 1 / (1/3\ \Omega + 1/3\ \Omega + 1/3\ \Omega) = 1\ \Omega.$$

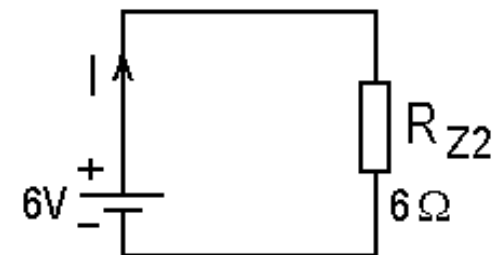
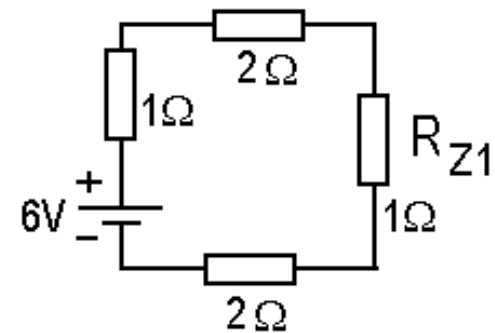
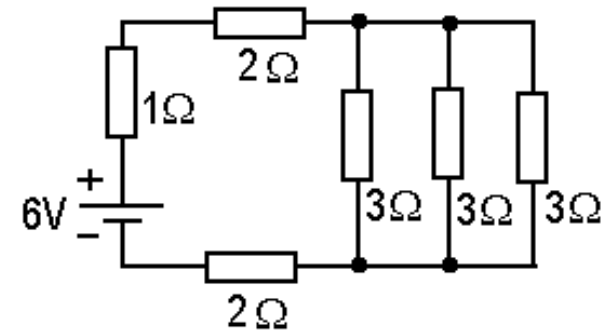
Następnie rysujemy układ prostszy ale równoważny i w kolejnym uproszczeniu, obliczamy rezystor zastępczy dla czterech szeregowo połączonych rezystorów

$$R_{Z2} = 1\ \Omega + 2\ \Omega + R_{Z1} + 2\ \Omega = 6\ \Omega$$

Obliczamy prąd $I = U / R_{Z2} = 6V / 6\ \Omega = 1A$.

Teraz możemy obliczyć trzy identyczne prądy płynące równolegle przez rezystory $3\ \Omega$ -we.

Wynoszą one $I/3 = 1A/3$.



Zamiana gwiazda-trójkąt. Przy takiej zamianie pewnych części układu możemy otrzymać układ równoważny i prostszy do obliczeń. Poniższe wzory otrzymujemy z 3 równań zapisanych jako równości oporu między odpowiednimi punktami $R[A,B]_{\text{Trójkąt}} = R[A,B]_{\text{Gwizda}}$,

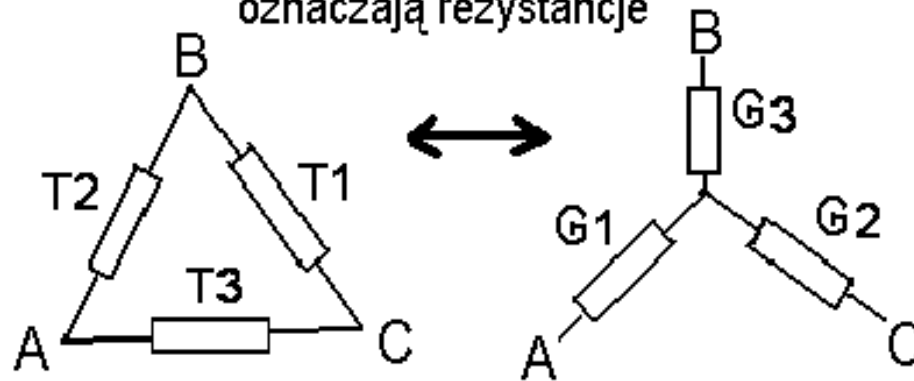
$$R[B,C]_{\text{Trójkąt}} = R[B,C]_{\text{Gwizda}} \text{ i } R[A,C]_{\text{Trójkąt}} = R[A,C]_{\text{Gwizda}}$$

Wielkości G i T
oznaczają rezystancje

$$T1 = G2 + G3 + \frac{G2 \cdot G3}{G1}$$

$$T2 = G1 + G3 + \frac{G1 \cdot G3}{G2}$$

$$T3 = G1 + G2 + \frac{G1 \cdot G2}{G3}$$

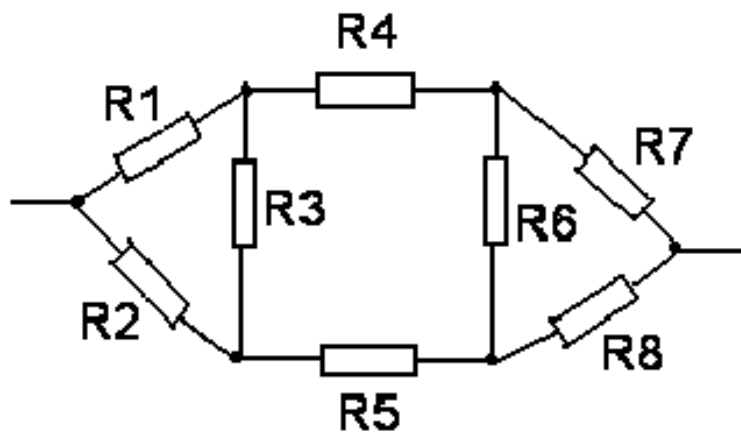


$$G1 = \frac{T2 \cdot T3}{T1 + T2 + T3}$$

$$G2 = \frac{T1 \cdot T3}{T1 + T2 + T3}$$

$$G3 = \frac{T1 \cdot T2}{T1 + T2 + T3}$$

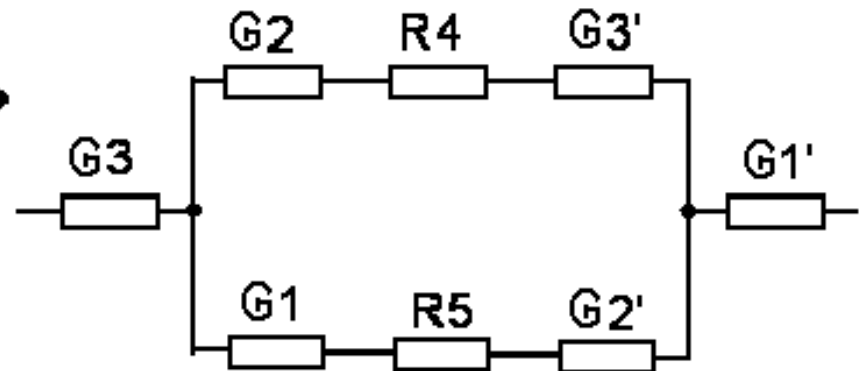
Przykładowy złożony układ



Zamianie dwóch trójkątów na dwie gwiazdy



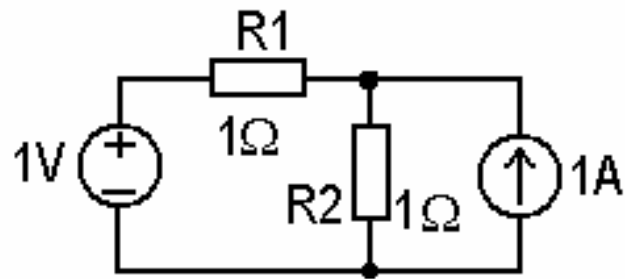
Układ po uproszczeniu



Metoda superpozycji

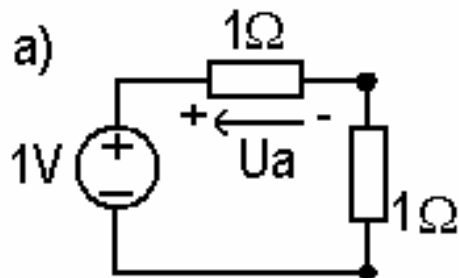
Ponieważ równania Maxwella są liniowe (względem napięć, prądów, ładunków i natężeń pól, które opisują), to przy analizie układów elektrycznych obowiązuje zasada superpozycji. Według zasady superpozycji możemy rozważać skutki pojedynczego źródła (wymuszenia) przez proste usunięcie pozostałych źródeł; poprzez wyzerowanie (zwarcie) źródeł napięcia i wyzerowanie (rozwarć) źródeł prądowych. Następnie aby obliczyć prąd lub napięcie na jakimś elemencie po prostu sumujemy wkłady od poszczególnych źródeł (wymuszeń).

Przykład: Stosując zasadę superpozycji obliczyć napięcie na rezystorze R1.

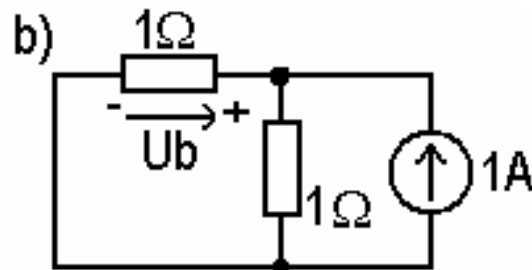


Rozwiązanie: Zgodnie z zasadą superpozycji zadany układ zbadamy osobno dla każdego źródła. Mamy zatem

dwie składowe napięcia na R1. Są nimi U_a i U_b :



$$\text{Tu } U_a = +0,5\text{V}$$



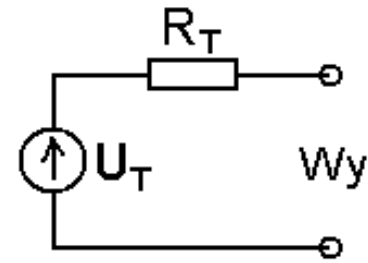
$$\text{a tu } U_b = -0,5\text{ V}$$

Wynik to suma obu składowych, czyli:

$$U_{R1} = U_a + U_b = 0\text{ V}$$

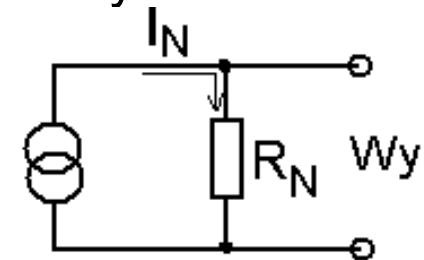
Metoda stosowania twierdzeń Thevenina i Nortona

Twierdzenie Thevenina stanowi, że dowolną sieć elektryczną (a w szczególności zasilacz) z dwoma wybranymi zaciskami można zastąpić szeregowym połączeniem jednego źródła napięciowego o sile elektromotorycznej U_T i pojedynczego



rezystora R_T . U_T jest napięciem na rozwartych zaciskach układu: $U_T = U_{\text{rozwarcia}}$. R_T jest wewnętrzną rezystancją theveninowskiego układu zastępczego: $R_T = U_T / I_{\text{zwarcia}}$. Definicja $U_T = U_{\text{rozwarcia}}$ podpowiada jak można zmierzyć lub obliczyć U_T . Natomiast definicja $R_T = U_T / I_{\text{zwarcia}}$ mówi jak można wyznaczyć R_T mając wyznaczoną wartość U_T : należy obliczyć lub zmierzyć I_{zwarcia} i obliczyć ułamek U_T / I_{zwarcia} .

Twierdzenie Nortona mówi, że każdą sieć elektryczną (a w szczególności zasilacz) można zastąpić równoległym połączeniem źródła prądowego generującego prąd I_N



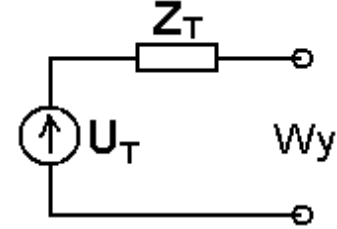
i rezystora R_N . I_N jest prądem zwarcia. $I_N = I_{\text{zwarcia}}$.

$R_N = U_{\text{rozwarcia}} / I_N$. Gdy spotkamy układy z napięciami i prądami zmiennymi będziemy posługiwać się uogólnieniem rezystancji jakim jest impedancja zwana zawadą Z (będzie to pewna oporność zależna od częstotliwości). Z powyższego widać, że dla każdego układu $R_T = R_N = U_{\text{rozwarcia}} / I_{\text{zwarcia}}$.

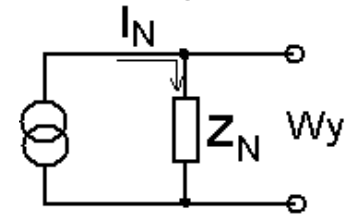
Zastąpienie złożonego układu (np. zasilacza) przez równoważny i prosty układ zawierający jedno źródło napięciowe lub prądowe i jedną rezystancję pozwala łatwo obliczać i przewidzieć co nastąpi na zewnątrz zastępowanego układu gdy podłączymy do niego dowolny odbiornik

Uogólnione twierdzenia Thevenina i Nortona

W przypadku gdy mamy do czynienia ze zmiennymi prądami i układami zawierającymi nie tylko rezystory, ale również



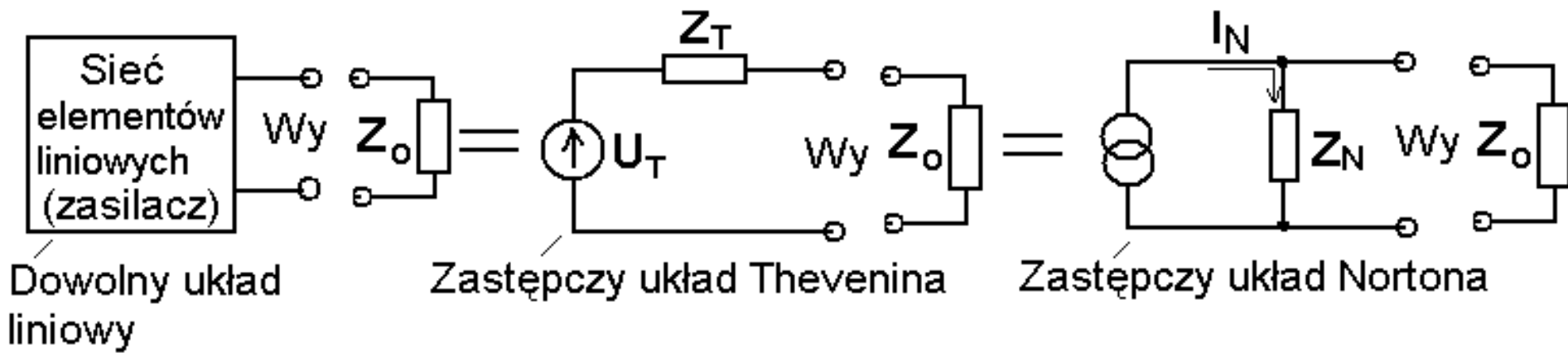
kondensatory i cewki (czyli „oporności zależne od częstotliwości prądu”) musimy stosować pojęcie uogólnionej rezystancji, którą jest impedancja zespolona (szczegóły podamy przy omawianiu układów zmiennoprądowych i uogólnionego prawa Ohma). Wtedy stosujemy: **Uogólnione twierdzenie Thevenina** mówiące, że każdy dwuzaciskowy układ (sieć) z elementami liniowymi (rezystory, kondensatory, cewki, źródła sygnałów elektrycznych) może być zastąpiona szeregowym połączeniem jednego źródła sygnału o zespolonym napięciu U_T i jednej impedancji zespolonej Z_T . U_T jest napięciem na rozwartych zaciskach układu: $U_T = U_{\text{rozwarcia}}$. Z_T jest wewnętrzną impedancją theveninowskiego układu zastępczego: $Z_T = U_T / I_{\text{zwarcia}}$.



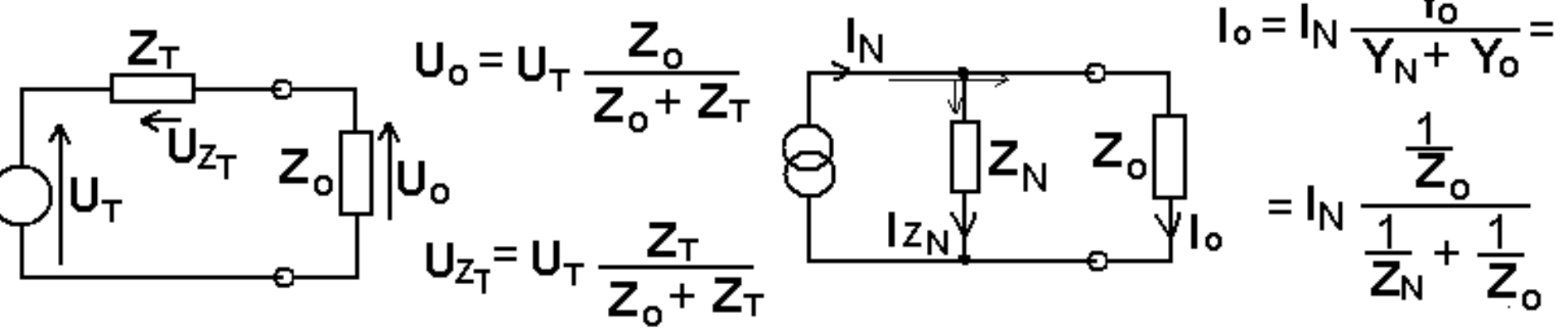
Uogólnione twierdzenie Nortona mówi, że każdą sieć elektryczną (z elementami liniowymi i źródłami sygnału) można

zastąpić równoległym połączeniem źródła prądowego generującego sygnał prądowy I_N i impedancję Z_N . (lub konduktancję $Y_N = 1/Z_N$). I_N jest prądem zwarcia $I_N = I_{\text{zwarcia}}$, a $Z_N = U_{\text{rozwarcia}} / I_N$. Z powyższego widać, że dla każdego układu liniowego mamy: $Z_T = Z_N = U_{\text{rozwarcia}} / I_{\text{zwarcia}}$. Zatem uogólnienie polega na zapisie w dziedzinie liczb zespolonych.

Częsty zastosowaniem twierdzenia Thevenina lub Nortona jest zastąpienie danego układu z obciążeniem przez idealne źródło napięcia z dzielnikiem napięcia lub przez idealne źródło prądu z dzielnikiem prądu.



Zastąpienie dowolnego źródła napięcia i prądu prostym układem Thevenina lub Nortona pozwala z łatwością odgadywać napięcia na zaciskach i prądy w podłączanych obciążeniach. W przypadku zastosowania schematu Thevenina impedancje: obciążenia Z_o i wewnętrzna Thevenina Z_T stanowią dzielnik dzielący napięcie Thevenina na dwie części w proporcji do wielkości tych impedancji. W przypadku zaś schematu Nortona impedancje: obciążenia i Nortona dzielą prąd Nortona na dwie części w proporcji do odwrotności tych impedancji, czyli proporcji do konduktancji.



Przykład: Mamy zasilacz, którego

a) napięcie i oporność Thevenina wynoszą: 100 V i 1 Ω ,

b) prąd i oporność Nortona wynoszą 100 A i 1 Ω .

Jaki będzie prąd i jaka wydzieli się moc w podłączonym do zasilacza odbiorniku R o rezystancji 4 Ω ?

a) Prąd: $I = 100V / (1 \Omega + 4 \Omega) = \underline{20 A}$, $P = UI = (RI)I = 4 \cdot 20 \cdot 20 = \underline{1600 W}$. Tu stałe całkowite napięcie podzieliło się na $4 \cdot 20 = 80V$ na odbiorniku i 20V na oporności wewnętrznej czyli oporności Thevenina.

b) Tu stały całkowity prąd podzieli się na dwa prądy: prąd w odbiorniku i prąd w oporności Nortona w proporcji:

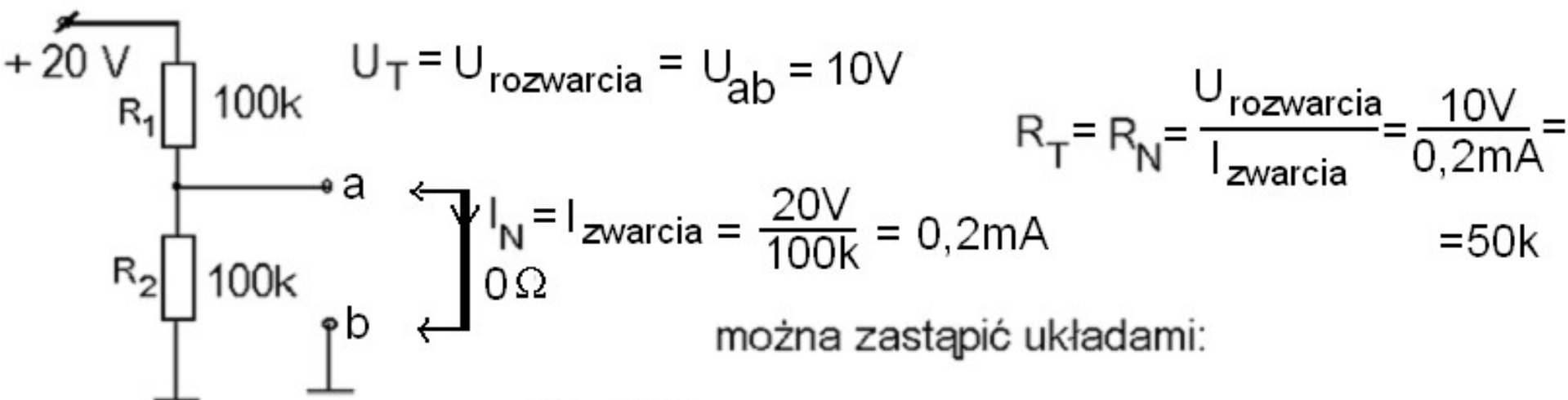
$$I_{\text{odbiornika}} = I \cdot [G_O / (G_O + G_N)] = 100A \cdot [(1/4) / (1/4 + 1)] = \underline{20 A}$$

$$I_{RN} = I \cdot [G_N / (G_O + G_N)] = 100A \cdot [(1) / (1/4 + 1)] = 80 A$$

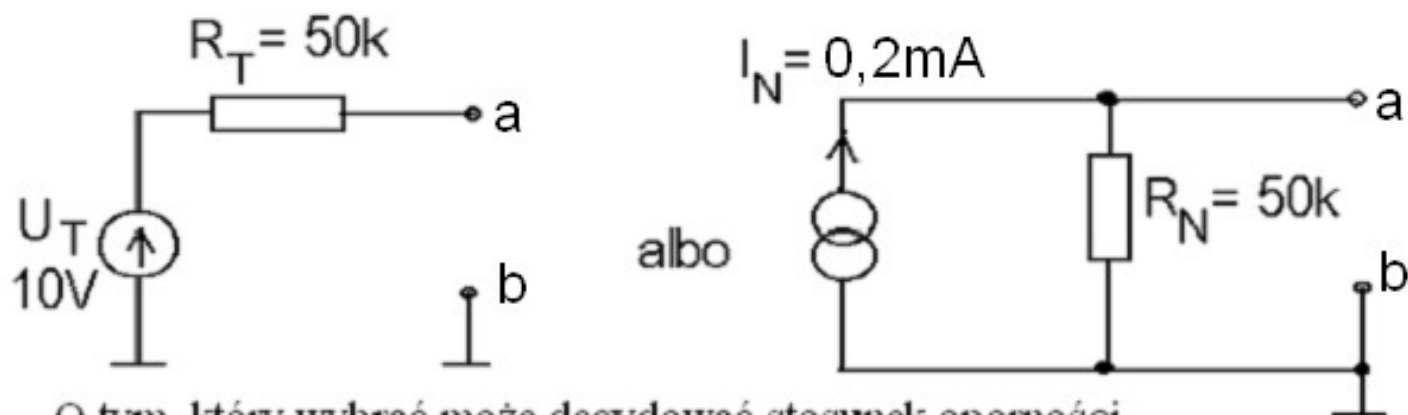
$$\text{Wydzielana moc } P = R \cdot I_{\text{odbiornika}}^2 = \underline{1600 W}$$

Widać, że „a” i „b” to ten sam zasilacz ale w „a” może interesować nas stabilność napięcia natomiast w „b” stabilność prądu.

Przykład. Zgodnie z twierdzeniami Thevenina i Nortona układ:



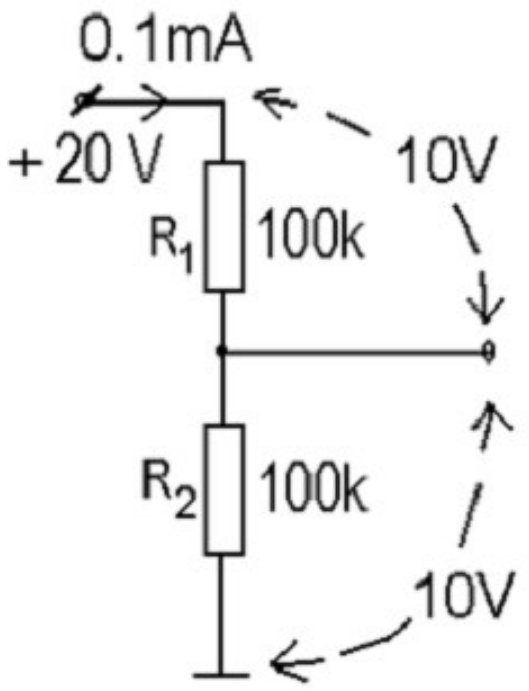
można zastąpić układami:



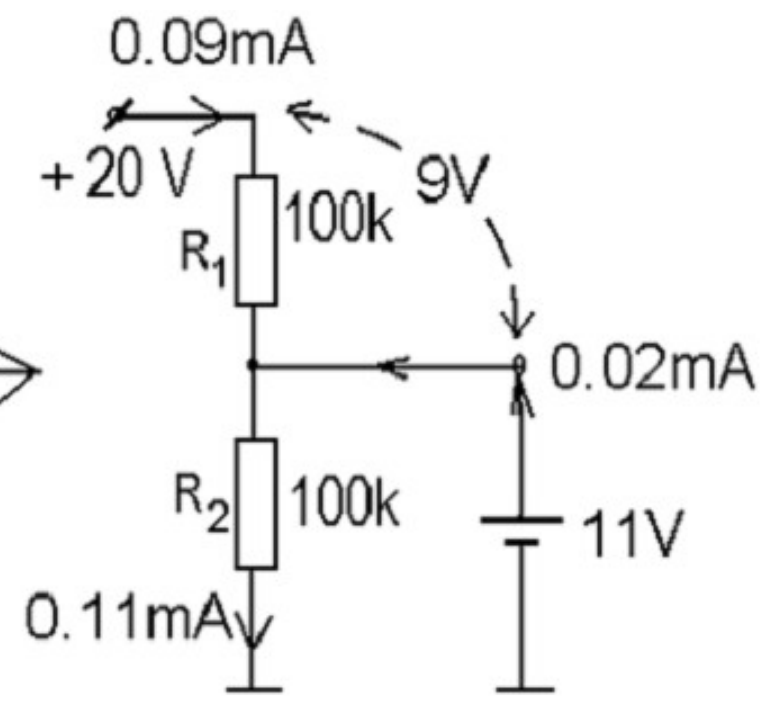
O tym, który wybrać może decydować stosunek oporności (impedancji) odbiornika do oporności (impedancji) wewnętrznej źródła. Gdy np. $R_o \gg R_w$ to lepszy będzie układ Thevenina, a gdy $R_o \ll R_w$ to lepiej zastosować układ Nortona.

$R_T = R_N = 50k\Omega$ jest jednocześnie opornością wyjściową układu. Oporność ta jest efektem równoległego (z punktu widzenia zacisków wyjściowych) połączenia R_1 i R_2 . Ilustruje to następujące rozważanie. Wymusimy z zewnątrz zmianę prądów poprzez dołączenie $U_{zew.} = 11V$.

Poniższe rozważanie pokazujące, że oporność wewnętrzna źródła napięcia (lub źródła prądowego) jaką możemy „odczuć” z zewnątrz przez np. wymuszanie niewielkiej zmiany napięcia na jego zaciskach jest równe oporności Thevenina (i oporności Nortona). Można tę oporność traktować również jako wewnętrzną oporność dynamiczną. Zauważmy, że dla źródła zewnętrznego wymuszania zmian napięcia, R1 i R2 są połączone równoległe.



Sytuacja po wymuszeniu →



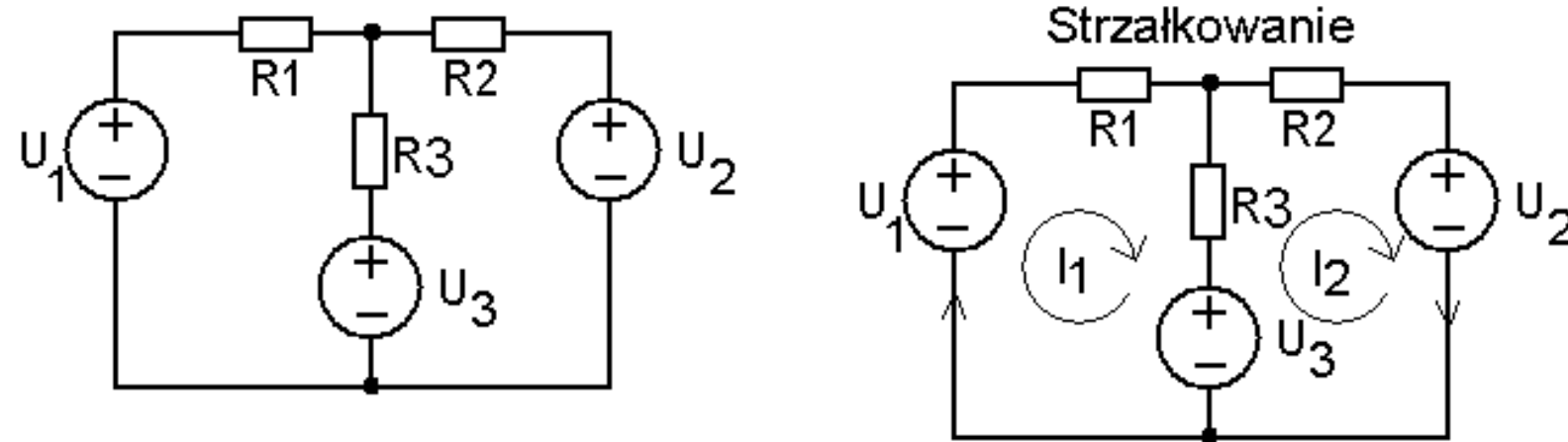
$$R_{wy} = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{1V}{0.02mA} = 50k\Omega$$

Wymuszenie zmiany U_{wy} o 1V skutkuje zmianą I_{wy} o 0,02 mA. Stosunek tych przyrostów możemy nazywać opornością dynamiczną.

$$R_T = R_N = R_{wew.} = r_d$$

Metoda oczkowa (Metoda prądów oczkowych). Polega na: 1) ostrzałkowaniu analizowanego obwodu – zaznaczenia „prądów oczkowych”, 2) napisaniu układu równań stosując napięciowe prawo Kirchhoffa (NPK) do wszystkich „oczek” (oczko – pętla bez rozgałęzień do wewnątrz). 3) rozwiązaniu tego układu równań.

Przykład: Obliczyć prądy w podanym układzie.



Zapisujemy równania:

$$U_1 - U_3 = (R_1 + R_3)I_1 - R_3I_2$$

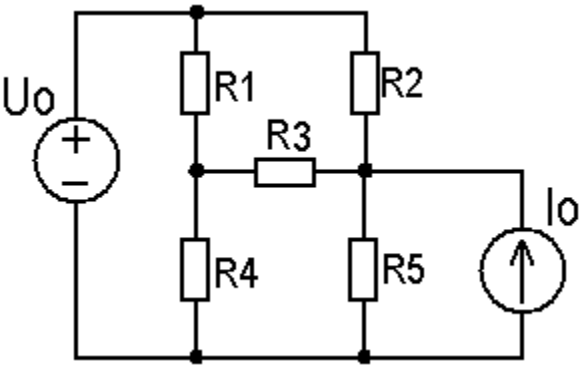
$$U_3 - U_2 = -R_3I_1 + (R_2 + R_3)I_2$$

i rozwiązujemy je dowolną metodą (dla większej ilości równań metodą Kroneckera).

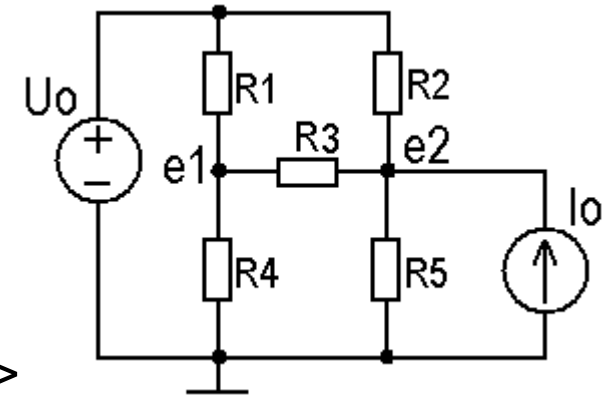
Metoda węzłowa (Metoda potencjałów węzłowych). Jest to jedna z wielu metod wykorzystujących prawa Kirchhoffa i prawo Ohma, przy czym jednak jest najbardziej popularną metodą analizy obwodów elektrycznych bo najszybciej prowadzi do niezależnego układu równań. W tej metodzie wykonujemy kolejno następujące kroki:

- 1) Wybieramy węzeł odniesienia (którego potencjał przyjmujemy jako zerowy, uziemiony). Względem tego węzła będą określane potencjały innych węzłów. Najlepiej aby węzeł odniesienia łączył możliwie najwięcej elementów (przewodów).
- 2) Oznaczamy symbolami napięcia (np. „ e_n ”) pozostałe miejsca obwodu. Do określania prądów stosujemy przewodności G , $G = 1/R$ (lub konduktancje Y , $Y = 1/Z$) mnożone przez różnice napięć np. $(e_2 - e_1)G_2$.
- 3) Stosujemy prądowe prawo Kirchhoffa do wszystkich węzłów prócz węzła odniesienia (możemy otrzymać $n-1$ niezależnych równań, gdzie n - ilość węzłów).
- 4) Rozwiązujemy te równania i uzyskujemy nieznanne napięcia węzłów.
- 5) Obliczamy pozostałe wielkości.

Metoda węzłowa. Przykład. W układzie po lewej mamy dane źródła i rezystancje. Obliczyć prąd przez R3.



Wybieramy węzeł odniesienia i oznaczamy nieznane napięcia pozostałych węzłów: e1 i e2. ->



Stosujemy PPK (prądowe prawo Kirchhoffa)

Dla węzła e1: $(e1 - U_0)G1 + e1G4 + (e1 - e2)G3 = 0$

Dla węzła e2: $(e2 - U_0)G2 + (e2 - e1)G3 + e2 G5 - I_0 = 0$. Porządkujemy:

$$\begin{aligned} e1(G1+G4+G3) + e2(-G3) &= U_0G1 \\ e1(-G3)+e2(G2+G3+G5) &= U_0G2+I_0 \end{aligned} \Rightarrow \begin{bmatrix} G1+G4+G3 & -G3 \\ -G3 & G2+G3+G5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e1 \\ e2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_0G1 \\ U_0G2+I_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e1 \\ e2 \end{bmatrix} = \frac{1}{(G1+G4+G3)(G2+G3+G5) - G3 G3} \begin{bmatrix} G2+G3+G5 & G3 \\ G3 & G1+G4+G3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_0G1 \\ U_0G2+I_0 \end{bmatrix}$$

Obliczone e1 i e2 podstawiamy do np.: $I_{G3} = (e1 - e2)G3$

Metoda ogólna.

Stosowana jest przy bardziej rozbudowanych układach. Wiąże się z zastosowaniem praw Kirchhoffa, prawa Ohma, intuicji i uproszczeń.

Zwykle zmierzamy do uzyskania układu równań liniowych w postaci:

$[i] = [Y][u]$ gdzie $[i]$ – wektor prądów, $[Y]$ – macierz konduktancji i $[u]$ – wektor napięć,

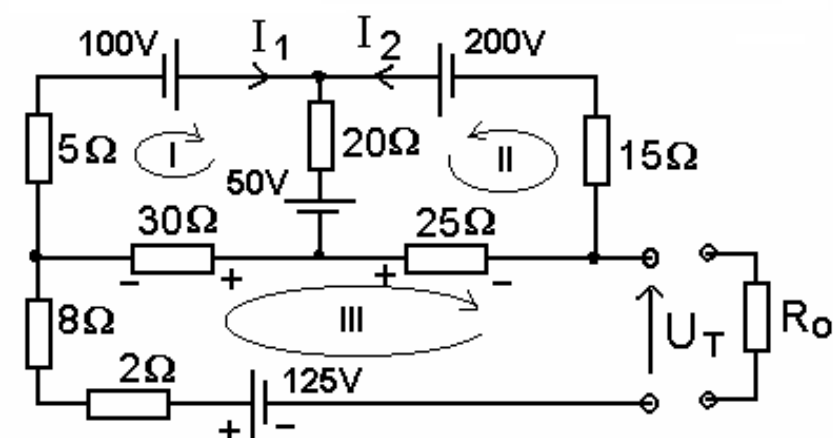
lub w postaci:

$[u] = [Z][i]$ gdzie $[Z]$ – macierz impedancji.

Przykład. Obliczyć U_T i R_T układu oraz prąd ładowania akumulatora 12V o $R_{wew} = 1\Omega$ tym układem.

Rozw. Zaznaczamy (dowolnie) kierunki prądów i wybieramy tzw. oczka dla, których piszemy równania.

Oczko III: $U_T = 125V + U_{30\Omega} - U_{25\Omega}$, $U_{30\Omega} = 30\Omega I_1$, $U_{25\Omega} = 25\Omega I_2$



$$\begin{cases} \text{Oczko I: } (5+20+30)\Omega I_1 + 20\Omega I_2 - 100V + 50V = 0V \\ \text{Oczko II: } 20\Omega I_1 + (20+25+15)\Omega I_2 + 50V - 200V = 0V \end{cases}$$

$$\downarrow$$

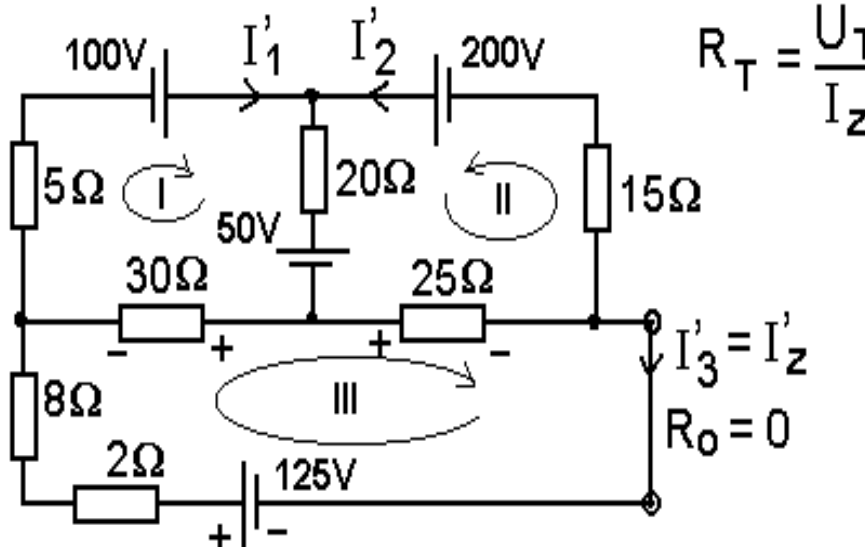
$$\begin{cases} 55I_1 + 20I_2 = 50 \\ 20I_1 + 60I_2 = 150 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 55 & 20 \\ 20 & 60 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 \\ 150 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 55 & 20 \\ 20 & 60 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 50 \\ 150 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{60}{55 \cdot 60 - 20 \cdot 20} & \frac{-20}{2900} \\ \frac{-20}{2900} & \frac{55}{2900} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 50 \\ 150 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$I_1 = \frac{60 \cdot 50 - 20 \cdot 150}{2900} = 0 \text{ A} \quad U_{30\Omega} = 30\Omega I_1 = 0 \text{ V}$$

$$I_2 = \frac{-20 \cdot 50 + 55 \cdot 150}{2900} = 2,5 \text{ A} \quad U_{25\Omega} = 25\Omega I_2 = 25\Omega \cdot 2,5 \text{ A} = 62,5 \text{ V}$$

$$U_T = 125V + U_{30\Omega} - U_{25\Omega} = 125 \text{ V} - 62,5 \text{ V} = 62,5 \text{ V}$$



Obliczamy $I_z = I'_3$ dla $R_0 = 0$

Oczko I: $55 I'_1 + 20 I'_2 - 30 I'_3 = 50$

Oczko II: $20 I'_1 + 60 I'_2 + 25 I'_3 = 150$

Oczko III: $-30 I'_1 + 25 I'_2 + 65 I'_3 = 125$

(Jednostki SI)

$$\begin{bmatrix} 55 & 20 & -30 \\ 20 & 60 & 25 \\ -30 & 25 & 65 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I'_1 \\ I'_2 \\ I'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 \\ 150 \\ 125 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} I'_1 \\ I'_2 \\ I'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 55 & 20 & -30 \\ 20 & 60 & 25 \\ -30 & 25 & 65 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 50 \\ 150 \\ 125 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} I'_1 \\ I'_2 \\ I'_3 \end{bmatrix} =$$

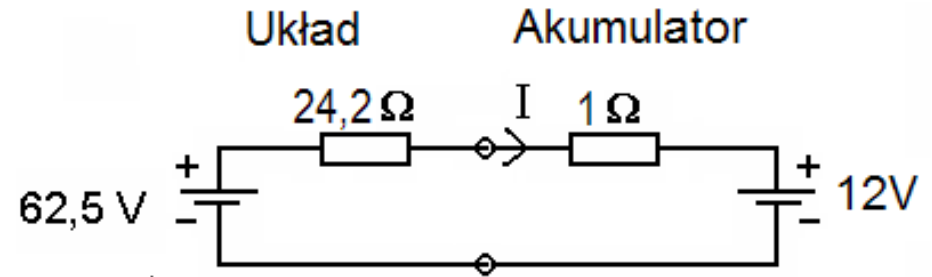
$$\frac{1}{\begin{vmatrix} 60 & 25 \\ 25 & 65 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 20 & 25 \\ -30 & 65 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 20 & 60 \\ -30 & 25 \end{vmatrix}} \begin{bmatrix} \begin{vmatrix} 60 & 25 \\ 25 & 65 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 20 & 25 \\ -30 & 65 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 20 & 60 \\ -30 & 25 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 20 & 30 \\ 25 & 65 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 55 & -30 \\ -30 & 65 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 55 & 20 \\ -30 & 25 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 20 & -30 \\ 60 & 25 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 55 & -30 \\ 20 & 25 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 55 & 20 \\ 20 & 60 \end{vmatrix} \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 50 \\ 150 \\ 125 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} I'_1 \\ I'_2 \\ I'_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{70125} \begin{bmatrix} 3275 & -2050 & 2300 \\ -2050 & 2675 & -1975 \\ 2300 & -1975 & 2900 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 50 \\ 150 \\ 125 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$I'_3 = \frac{2300 \cdot 50 - 1975 \cdot 150 + 2900 \cdot 125}{70125} = \frac{181250}{70125} \text{ A}$$

$$R_T = \frac{U_T}{I_z} = \frac{62,5}{\frac{181250}{70125}} \approx 24,181 \Omega$$

Zastępując akumulator oraz układ ładujący go zastępczymi układami Thevenina otrzymujemy prosty obwód:



$$\text{w którym } I = (U_{T0} - U_{TA}) / (R_{T0} + R_{TA}) \approx \\ (62,5 - 12) / (24,2 + 1) \approx \underline{2 \text{ A}}$$

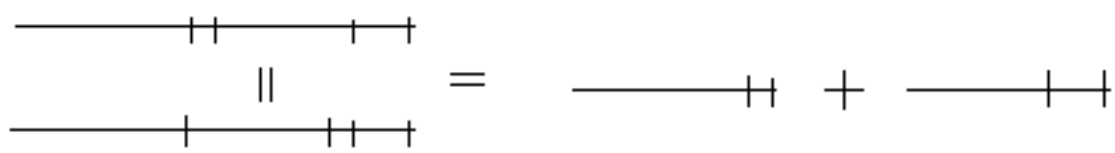
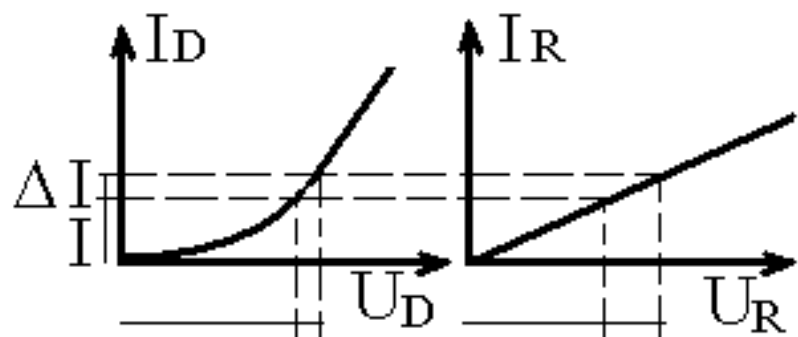
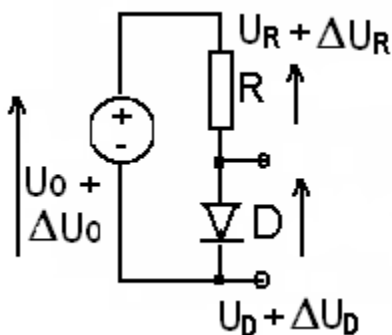
Dla uproszczenia obliczeń najpierw wykorzystaliśmy metodę oczkową a następnie metodę stosowania twierdzenia Thevenina.

Metoda małosygnałowa.

Polega na zastosowaniu pojęcia impedancji dynamicznej i małych zmian napięć. Stosowana szczególnie w przypadku układów zawierających elementy nieliniowe, dla których małe odcinki charakterystyk przybliżamy odcinkami prostymi.

Metoda ta wiąże się z faktem, że w działaniu wielu układów istotne są dwa rodzaje wymuszeń. Zwykle jedno stacjonarne wymuszenie w postaci stałego napięcia (lub prądu) zapewnia odpowiednią polaryzację urządzenia – doprowadza dany układ do stanu określonej aktywności. Drugie wymuszenie, które jest sygnałem o małej amplitudzie (dodane do stacjonarnego wymuszenia) powoduje niewielkie odchylenia wokół wartości stacjonarnej, co oznacza wykorzystanie małego fragmentu charakterystyki, który zastępujemy odcinkiem prostej. Taka sytuacja pozwala na stosowanie prostych praw (Kirchhoffa i Ohma) do układania liniowych równań w analizie działania obwodów z elementami o nieliniowej charakterystyce.

Ilustracja metody małych sygnałów



$$U = U_0 + \Delta U_0 = U_D + \Delta U_D + U_R + \Delta U_R$$

Ma sens dla małego odcinka charakterystyki $\Delta U_0 = \Delta U_D + \Delta U_R$ \leftarrow Zawsze

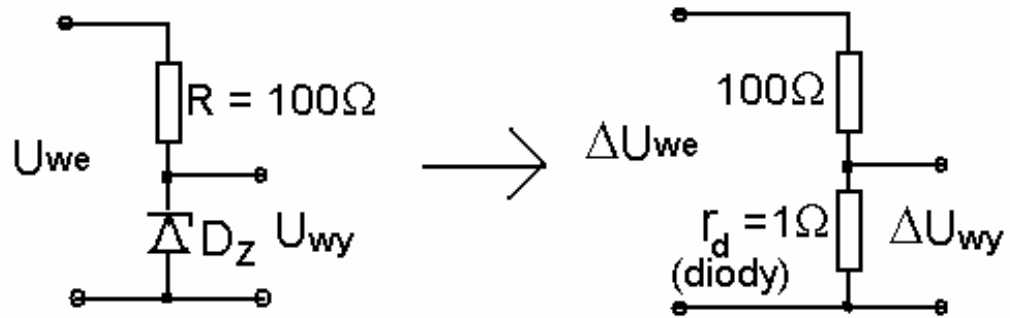
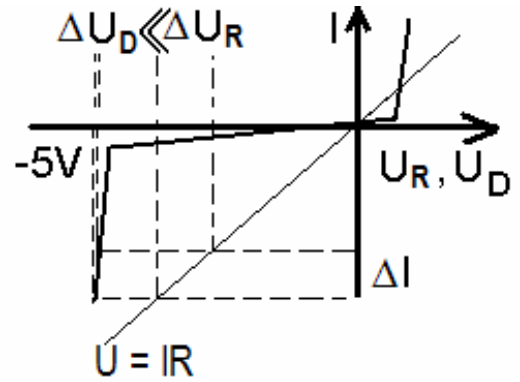
$$\Delta U_0 = \frac{dU_D}{dI_D} \Delta I_D + \frac{dU_R}{dI_R} \Delta I_R$$

Prawdziwe dla małych sygnałów $\Rightarrow \Delta U_0 = r_{dD} \Delta I + R \Delta I$

Metoda małosygnałowa.

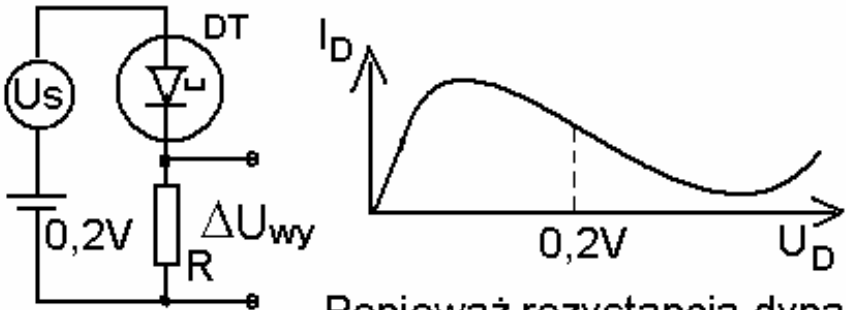
Przykład: Oporność dynamiczna diody Zenera "na 5V" w otoczeniu punktu pracy -5V wynosi 1Ω. Ilekroć zmaleją fluktuacje napięcia, gdy dzielnik napięcia złożony z tej diody i rezystora R = 100Ω zastosujemy jako stabilizatora.

Rozwiązanie: Dla napięć diody: -5V i otoczenia tej wartości mamy liniową zależność między ΔU_D a ΔI. Możemy zatem dla analizy fluktuacji zastąpić stabilizator liniowym dzielnikiem napięcia:



$$\Delta U_{wy} = \Delta U_{we} \frac{r_d \text{ (diody)}}{r_d \text{ (całości)}} = \Delta U_{we} \frac{1\Omega}{100\Omega + 1\Omega} = \frac{\Delta U_{we}}{101}$$

Przykład: Jaką część oscylacji napięcia znajdziemy na rezystorze R dzielnika napięcia złożonego z tego rezystora i diody tunelowej o ujemnej rezystancji dynamicznej?



$$U_s = \Delta U_{we} \quad \Delta U_{wy} = \Delta U_{we} \frac{R}{R + r_{d \text{ DT}}} = \Delta U_{we} \frac{R}{R - |r_{d \text{ DT}}|}$$

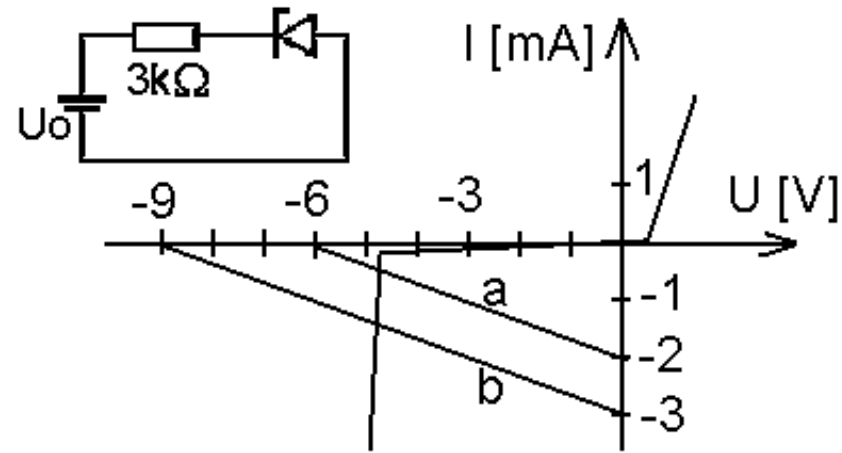
Ponieważ rezystancja dynamiczna tej diody jest ujemna przy oscylacjach w otoczeniu 0,2V to oscylacja na części dzielnika R jest większa od przyłożonej oscylacji U_s. Zatem mamy do czynienia z efektem wzmacnienia napięcia U_s.

Metoda graficzna.

Metoda g. stosowana jest do analizy układu, w którym element nieliniowy współpracuje z elementem liniowym w postaci rezystora (lub liniowego obciążenia). Metoda polega na odpowiednim wrysowaniu linii prostej reprezentującej element liniowy w wykres charakterystyki elementu nieliniowego. Wrysowana linia prosta to zbiór punktów pokazujących wartości prądu płynącego przez element liniowy jako funkcja napięć „pozostawianych próbnie” dla elementu nieliniowego. Linie tę rysujemy przy pomocy dwóch skrajnych punktów: 1) gdy całe napięcie pozostaje na elemencie nieliniowym tak jakby w nim była przerwa i prąd wtedy wynosi 0A, 2) gdy nic nie pozostaje dla elementu nieliniowego, jakby uległ zwarceniu, wtedy prąd wynosi U_0/R , gdzie U_0 – całe napięcie a R impedancja elementu liniowego (obciążenia).

Przykład. Znajdź napięcia na diodzie Zenera gdy do układu: dioda Zenera na 5 V i rezystor 3 k Ω przyłożono napięcie: a) 6 V, b) 9 V.

Rozwiązanie: dla a) $U_0 = 6$ V współrzędne dwóch punktów prostej to (-6V,0A) i (0V, -2mA). Dla prostej b) $U_0 = 9$ V mamy: (-9V, 0A) i (0V, -3mA). Obie proste przecinają charakterystykę diody w okolicy 5V zatem napięcie na diodzie wynosi 5V choć źródło napięcia znacznie zmieniło generowaną wartość U_0 z 6 V na 9 V.



Uwagi o błędach przy mierzeniu multimetrami

Multimetry to proste przyrządy do pomiaru prądu, napięcia, rezystancji itp.

Multimetr analogowy (wskazówkowy). Błąd określa klasa dokładności przyrządu jako wielkość procentową od użytego zakresu. Typowe klasy dokładności: 0.02, 0.05, 0.1, 0.2, 0.5, 1, 1.5, 2.5, 5. Gdy klasa podana jest w kółeczku, to oznacza ona błąd procentowy od wartości zmierzonej. Dodatkowo należy uwzględnić błąd odczytu oraz “zaburzenie” spowodowane podłączeniem przyrządu o zadanej impedancji wewnętrznej. W woltomierzach analogowych oporność rośnie ze zwiększaniem zakresu pomiarowego i może być podana np. jako $20 \text{ k}\Omega/\text{V}$. W amperomierzach oporność jest mała rzędu 1Ω i też nie może być zaniedbana gdy amperomierz włączamy do układu z małymi wartościami oporności R .



Rozdzielczość wyraża najmniejszą, dającą się wykryć, zmianę wielkości mierzonej.

Ostrzeżenie: nie próbuj mierzyć natężenia prądu źródła napięciowego na przykład przez wetknięcie przewodów pomiarowych miernika do gniazda sieciowego; to samo dotyczy pomiaru rezystancji. Takie postępowanie jest niebezpieczne!

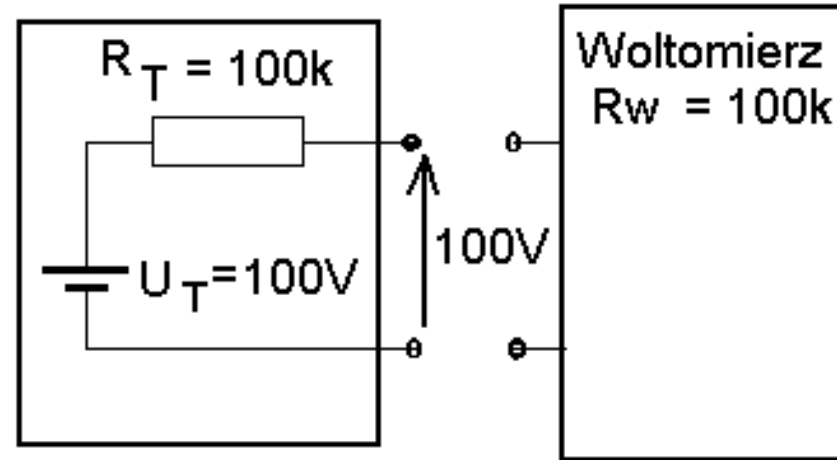
Multimetry cyfrowe są dokładniejsze od analogowych. Błąd pomiaru określany jest jako suma dwuskładnikowa. Pierwszy składnik to ułamek od wartości zmierzonej (ułamek zależny od temperatury). Drugi składnik to ułamek od użytego zakresu albo waga najmniej znaczącej cyfry tegoż zakresu razy współczynnik n .



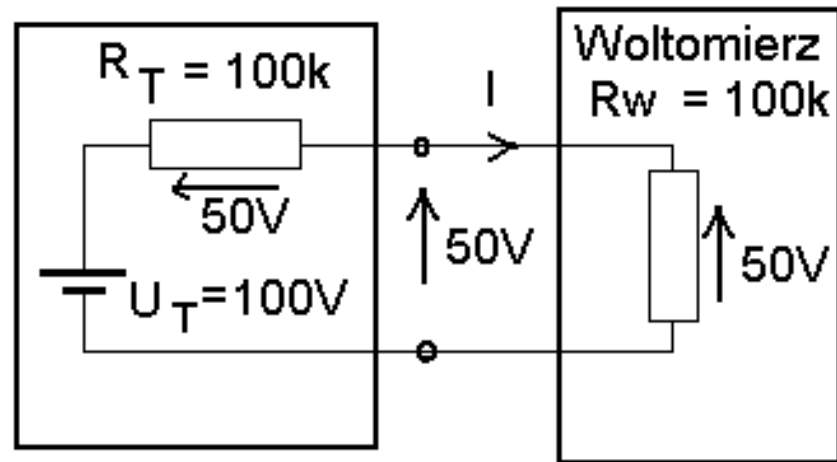
Dodatkowo należy uwzględniać “zaburzenie” badanego układu spowodowane podłączeniem przyrządu o zadanej impedancji wewnętrznej. Oporność wewnętrzna (jako wielkość zaburzająca badany układ) podawana jest w dołączonej do multimetru instrukcji. Czasem wielkość ta jest umieszczana na obudowie przyrządu. W przyrządach cyfrowych zwykle największa oporność jest dla zakresu o największej czułości np. $10^9\Omega$, a dla wyższych zakresów np. $10^7\Omega$. Zwykle konieczne jest dobre poznanie instrukcji dołączonej do przyrządu.

Nowocześniejszymi multimetrami można mierzyć, oprócz prądu napięcia i oporności również pojemność, indukcyjność, częstotliwość i temperaturę, można też badać diody i tranzystory. Niektóre multimetry można podłączać do komputera poprzez interfejs IEC-625 (IEEE-488), RS-232 lub USB.

Jaką wartość napięcia pokaże woltomierz o błędzie wskazań = 0,1V i oporności wewnętrznej $R_w = 100k\Omega$ gdy podłączymy go do zacisków układu, którego $U_T = 100V$ a $R_T = 100k\Omega$?



Napięcie na zaciskach przed włączeniem woltomierza wynosi $U = U_T = 100V$. Po podłączeniu woltomierza $U = I R_w = U_T R_w / (R_T + R_w) = 50V$!!!



Błąd 50% !!!

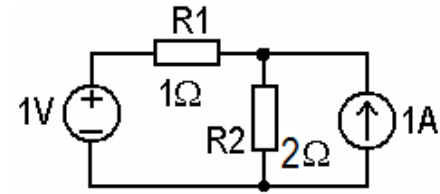
Woltomierz obciąża układ i zmienia wartość mierzonego napięcia!

Zatem samo włączenie przyrządu pomiarowego może w znacznym stopniu zaburzyć wartość, którą chcemy zmierzyć!

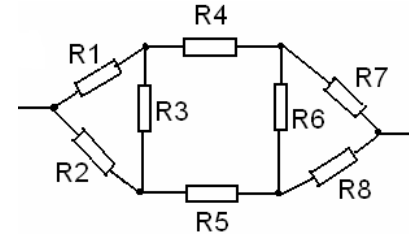
Mierzając multymetrem warto wiedzieć, że:

1. Po włączeniu miernika należy odczekać około 10 min dla jego stabilizacji.
2. Przed pomiarem należy wybrać przełącznikiem właściwą funkcję pomiarową (z wielu możliwych: napięcie stałe DC, napięcie zmienne AC, częstotliwość, pojemność, rezystancja, prąd czy jeszcze inne) oraz właściwy zakres.
3. Źródłem błędu pomiaru mogą być same doprowadzenia (np. w postaci sił termoelektrycznych na kontaktach różnych materiałów). Zatem warto przed pomiarem właściwym dokonać tzw. pomiaru zerowej wartości (napięcia lub oporu) poprzez zwarcie końcówek multymetru oraz odczytanie wartości zerowej i dokonania korekty.
4. Przy pomiarze dużych rezystancji, znaczny błąd może powodować dotykanie rękoma zacisków bezpośrednio lub poprzez kiepską izolację.
5. Mierząc napięcia zmienne należy upewnić się czy częstotliwość sygnału mierzonego nie przekracza wartości granicznych dla danego multymetru.
6. Tzw. końcówki i doprowadzenia sygnału powinny być możliwie krótkie.
7. Dla minimalizacji błędu dobieramy odpowiedni zakres pomiarowy miernika.
8. Instrukcja i akcesoria powinny być łatwo dostępne i przechowywane razem z multymetrem.
9. Po zakończeniu pomiaru mierniki należy wyłączyć (zwłaszcza mierniki bateryjne).

Lista zadań - 02

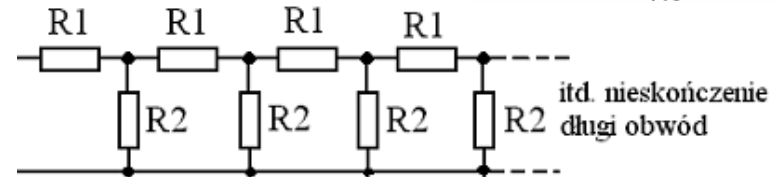


- 1) Oblicz natężenia prądów w rezystorach układu:
- 2) Oblicz natężenie prądu w obwodzie powstałym przez połączenie ze sobą akumulatorów o parametrach SEM1 = 12V i $r = 0,2\Omega$ oraz SEM2 = 6 V i $r_2 = 0,1\Omega$. a) Przy połączeniu „plus do plusa”, b) przy połączeniu „plus do minusa”.

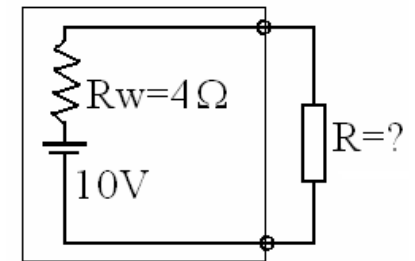


- 3) Oblicz rezystancję zastępczą układów:

- 4) Oblicz rezystancję zastępczą układów:



- 5) Dobrać („dopasować”) oporność R tak aby moc wydzielana w tym oporze była maksymalna.



- 6) Dla poniższego układu narysuj układ Thevenina i układ Nortona

